Duración: 3 horas. Empezar cada problema en un folio nuevo. Indicar nombre y apellidos en todas las hojas.

Problema 1

I.- A continuación se muestran las nubes de puntos correspondientes a los datos de resistencia a la compresión y permeabilidad de cuatro tipos de material:

1. ¿Qué utilidad tienen los diagramas anteriores?, es decir, ¿cuál podría ser la finalidad del estudio? (0.25 pts)
 2. A partir de las nubes de puntos, proporcionar un valor aproximado del coeficiente de correlación de Pearson entre las variables "resistencia" y "permeabilidad" para cada tipo de material, e interpretar el resultado obtenido. (0.5 pts)
- II.- Las componentes del siguiente circuito funcionan de manera independiente y sus probabilidades de fallo son las que aparecen indicadas. Determinar la probabilidad de que el circuito funcione. (0.8 pts)

Problema 2

Las dos dimensiones ("longitud" y "anchura") de un determinado tipo de piezas son variables aleatorias **Normales e independientes**. Se sabe que la **longitud** tiene media 10 cm y desviación típica 0.05 cm, mientras que la **anchura** tiene media 5 cm y desviación típica 0.05 cm. Para que una pieza pueda ser aprovechada, debe tener una longitud comprendida entre 9.9 y 10.1, y una anchura comprendida entre 4.9 y 5.1.

1. Determinar el porcentaje de piezas que **no** cumplen las especificaciones de **longitud**. (0.4 pts)
2. Determinar la proporción de piezas que podrán ser aprovechadas por cumplir las especificaciones de longitud y anchura. (0.4 pts)

- Determinar, dentro del conjunto de piezas no aprovechables, el porcentaje de piezas que cumplen las especificaciones de longitud. **(0.4 ptos)**
- Si se seleccionan al azar 200 piezas, ¿cuál es la probabilidad de que haya alguna pieza aprovechable? ¿y de que haya más de 30 piezas no aprovechables? **(0.8 ptos)**
- Suponiendo que la longitud de las piezas **no** es Normal, ¿cuál sería, como máximo, el porcentaje de piezas que **no** cumplen las especificaciones de **longitud**?. Compara el resultado obtenido con el del apartado (a) y explica qué sucede. **(0.5 ptos)**

Problema 3

En un escáner, consideremos dos de sus componentes que denotaremos por A y B. Sea X el tiempo de vida (**en miles de horas**) de la Componente A, y sea Y el tiempo de vida (**en miles de horas**) de la Componente B. Se sabe que la función de densidad conjunta de X e Y viene dada por:

$$f_{(X,Y)}(x, y) = \begin{cases} 2 \cdot e^{-x-2y} & \text{si } x \geq 0, y \geq 0 \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$$

- Comprobar que se trata efectivamente de una función de densidad. **(0.5 ptos)**
- ¿Son independientes los tiempos de vida de ambas componentes? Razona tu respuesta. **(0.5 ptos)**
- Obtener el tiempo medio de vida de la Componente A. **(0.4 ptos)**
- Calcular la probabilidad de que la Componente B supere las 1000 horas de uso si la Componente A falló antes de las 500 horas. **(0.4 ptos)**
- Si la componente A funciona después de 700 horas de uso, ¿cuál es la probabilidad de que se rompa antes de las 1500 horas? ¿Conviene renovar ambas componentes cada 1000 horas? Justifica tu respuesta. **(0.4 ptos)**

Problema 4

Un fabricante de monitores prueba dos diseños de microcircuitos para determinar si producen un flujo de corriente equivalente. El departamento de ingeniería, decide seleccionar una muestra para cada diseño obteniendo los siguientes datos:

$$\text{Diseño 1} \quad n_1 = 15 \quad \bar{x}_1 = 24.2 \quad s_1^2 = 10$$

$$\text{Diseño 2} \quad n_2 = 10 \quad \bar{x}_2 = 23.9 \quad s_2^2 = 20$$

Suponiendo que el flujo de corriente de ambos diseños siguen distribuciones Normales e independientes, responder a las siguientes cuestiones:

- Construir de manera **detallada** un intervalo de confianza al 95% para el flujo medio de corriente de ambos diseños. Según los resultados obtenidos, ¿crees que los flujos medios para ambos diseños serán equivalentes? Responder de forma razonada **sin realizar** el contraste correspondiente. **(1 pto)**
- Proporciona una **estimación puntual** del flujo medio de corriente para el Diseño 1. ¿Cuánto vale, a lo sumo, el error cometido en dicha estimación? Justifica tu respuesta. **(0.25 ptos)**
- Si queremos estimar, al 95% de confianza, el flujo medio de corriente para el Diseño 1 con un error inferior a 0.5, ¿cuántos microcircuitos deberemos muestrear?. Justifica tu respuesta. **(0.25 ptos)**
- Estudiar si existe una diferencia significativa entre los flujos promedio de ambos diseños. Plantear el contraste correspondiente y tomar la decisión del contraste en función del p-valor para los niveles de confianza del 90%, 95% y 99%. **(0.75 ptos)**