



Ingeniero Técnico de Telecomunicación (Telemática)
Estadística (Febrero 2007)

Duración: 3 horas. Empezar cada problema en un folio nuevo. Indicar nombre y apellidos en todas las hojas.

1. La duración X en minutos de las conexiones a un servidor web sigue una distribución Normal de la que se sabe:

$$P[X < 9] = 0.9772 \quad P[X < 3] = 0.1587$$

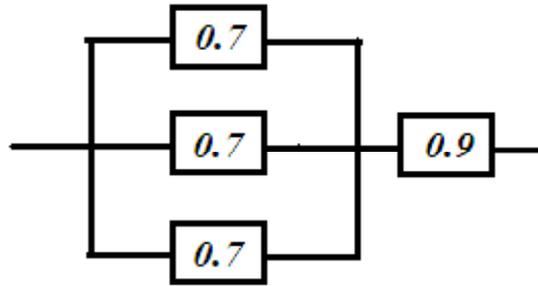
- (a) Determinar los parámetros de la variable aleatoria X . **(0.5 ptos)**
- (b) Determinar la probabilidad de que en 1000 conexiones elegidas aleatoriamente al menos 30 conexiones duren menos de 9 minutos. **(0.75 ptos)**
- (c) Se consideran conexiones CORTAS si la duración es menor que 3 minutos, conexiones LARGAS si la duración es mayor que 9 minutos, y conexiones INTERMEDIAS si la duración está comprendida entre 3 y 9 minutos. Determinar la proporción de conexiones de cada tipo. **(0.25 ptos)**
- (d) Durante las conexiones CORTAS el servidor falla en un 1% de los casos, durante las conexiones INTERMEDIAS en un 5% y durante las conexiones LARGAS el servidor falla en un 10% de los casos. Calcular el porcentaje de conexiones al servidor que fallarán. **(0.5 ptos)**
- (e) Si durante una conexión se ha producido el fallo en el servidor, calcular la probabilidad de que se tratara de una conexión INTERMEDIA. **(0.5 ptos)**
2. El mercado de la telefonía móvil de una determinada región se lo disputan 3 operadores Azul, Rojo y Naranja. Tras aprobarse una nueva ley que permite la movilidad entre los distintos operadores tras un año de permanencia, se realiza una encuesta entre los usuarios de las distintas operadoras obteniéndose los siguientes resultados:

- El 80% de los usuarios de la empresa azul tienen intención de mantener su contrato mientras que el 20% restante tiene intención de cambiarse a las otras compañías en la misma proporción..
- De la compañía Roja sólo tienen intención de mantener su contrato el 30% mientras que el 50% prefieren cambiarse a la operadora Naranja y un 20% a la Azul.
- Para finalizar, únicamente el 40% de los usuarios de la operadora Naranja tienen intención de mantener su contrato, mientras que el 20% se cambiarían a la operadora Azul y el resto a la Roja.

Con estos datos:

- (a) Determinar la matriz P de probabilidades de transición entre estados y el grafo asociado. **(0.25 ptos)**
- (b) Determinar cuál sería la situación tras dos años en una determinada localidad que actualmente tiene 12000 usuarios de telefonía móvil, 3000 pertenecen al operador Rojo, 4000 al Azul y el resto al Naranja. **(0.75 ptos)**

3. Las componentes del siguiente circuito funcionan de manera independiente y sus **probabilidades de funcionamiento** son las que aparecen indicadas. Determinar la probabilidad de que el circuito funcione. **(0.5 ptos)**



4. En una transmisión digital de datos se sabe que la probabilidad de que un bit tenga DISTORSIÓN ALTA, MODERADA o BAJA es 0.01, 0.04 y 0.95, respectivamente. Supongamos que se transmiten dos bits de manera independiente. Sea X la variable aleatoria que representa el número de bits, de los dos transmitidos, que presentan una DISTORSIÓN ALTA, e Y la variable aleatoria que representa el número de bits, de los dos transmitidos, que presentan una DISTORSIÓN MODERADA.
- Determinar la función puntual de probabilidad conjunta de ambas variables. **(0.5 ptos)**
 - Calcular las funciones puntuales de probabilidad marginales de X e Y . ¿Son independientes? **(0.5 ptos)**
 - Calcular la media y varianza de X . **(0.5 ptos)**
 - Determinar las siguientes probabilidades: $\Pr(X = 2, Y = 1)$, $\Pr(Y = 1/X = 1)$. **(0.25 ptos)**
5. La Escuela desea adquirir impresoras láser para las aulas de prácticas. Una determinada empresa comercial indica en las descripciones técnicas de uno de sus modelos que el tiempo (en segundos) de impresión de ficheros Postcript de 3 Mg es de 266 seg. El secretario de la Escuela efectúa un pedido en pruebas de 10 unidades y deciden verificar si la afirmación del fabricante es correcta. Para ello deciden imprimir un fichero Postcript de 3 Mg en cada una de las 10 impresoras, obteniendo los siguientes resultados para la muestra:

$$\bar{x} = 270, \quad s_x = 7$$

Suponiendo que el tiempo de impresión sigue una distribución Normal, responder a las siguientes preguntas:

- Construir de manera detallada un intervalo de confianza al 95% para el tiempo promedio de impresión de ficheros Postcript de 3 Mg. **(0.75 ptos)**
- Si suponemos que la varianza asociada a la variable "tiempo necesario para imprimir un fichero Postcript de 3 Mg" es $\sigma^2 = 7^2$, determinar el número de mediciones necesarias para que el error que cometamos al estimar la media de la variable, sea inferior a 2 seg. **(0.25 ptos)**
- A la vista de la pruebas el secretario empieza a desconfiar de la afirmación del fabricante, pero ¿es fundada esta desconfianza desde un punto de vista científico?. Plantea la prueba estadística correspondiente y da respuesta a la pregunta anterior a partir del p-valor del contraste. **(0.75 ptos)**