



Ingeniero Técnico de Minas

Asignatura: Estadística

Curso 2005/2006

Hoja 6. Intervalos de Confianza

1. De una población normal con $\sigma = 2.5$, se extrae una muestra aleatoria simple de tamaño 9 cuyos valores se presentan en la siguiente tabla:

165 162 166 164 165 170 169 165 168

- (a) Obtener el intervalo de confianza para la media poblacional con un nivel de confianza del 95%. Idem al 98%.
- (b) Responder al apartado anterior suponiendo que la varianza poblacional σ^2 es desconocida.
2. Un estudiante lee un artículo donde se afirma que un intervalo de confianza al 95% para la altura media de los españoles mayores de 18 años es (1.66, 1.72). Se le pregunta por el significado de esta afirmación y contesta que quiere decir que el 95% de los españoles mayores de 18 años tiene una altura comprendida entre estos dos números. ¿Crees que su respuesta es correcta? Razónalo.
3. Para determinar la resistencia exacta de un componente eléctrico, se realizan, en las mismas condiciones, 5 mediciones y se obtiene los resultados siguientes :

495, 498, 493, 501, 500

Se supone que el error que se comete durante la medición sigue una distribución normal de media 0 y desviación típica $\sigma \simeq 3$.

- (a) ¿Cuál es la distribución del valor medido de la resistencia? En particular, ¿cuál es su media?
- (b) Construir un intervalo de confianza al nivel de 90% para la resistencia exacta. Presentar el resultado en forma de intervalo (*valor $\pm$ error.*)
- (c) Conteste a la pregunta anterior para los niveles de confianza del 95% y del 99%. ¿Cuál es el efecto del incremento del nivel de confianza sobre el intervalo de confianza?

- (d) Si quiero cometer como máximo un error de 2 con una confianza del 95%, ¿cuántas mediciones más debería realizar?

4. (**Propuesto**) Para calibrar un aparato de medición se mide repetidas veces un patrón cuyo peso no se conoce. Se supone que el error que se comete en cada medición sigue una distribución normal de media 0 y desviación típica 2 gramos.

- (a) ¿Cuál es la distribución del valor proporcionado por el aparato?
- (b) Si se decide utilizar como peso del patrón el valor medio proporcionado por 10 mediciones, ¿cuál será la desviación típica del valor proporcionado?
- (c) Si la media muestral de 10 mediciones es igual a 5.37 gramos, **construir** un intervalo al 98% de confianza para el peso exacto del patrón. Interpreta dicho intervalo.
- (d) Calcular el tamaño muestral para garantizar con una probabilidad del 98% que el error que cometemos al estimar el peso real del patrón con el promedio de las mediciones sea inferior a 1 gramo.

5. Un estudio demostró que la resistencia a la compresión de un nuevo tipo de acero se distribuye normalmente. Se escogieron al azar 15 probetas de dicho tipo de acero, obteniéndose una resistencia media de 45.75 y una desviación típica de 14.2 para la muestra seleccionada.

- (a) Construir de manera **detallada** un intervalo de confianza al 99% para la resistencia media a la compresión del acero.
- (b) Según los resultados del apartado anterior, ¿cuál es la estimación puntual de la resistencia media a la compresión? ¿Cuánto vale, a lo sumo, el error cometido en dicha estimación?
- (c) Si queremos cometer un error de estimación inferior a 0.05 al 99%, ¿nos bastan 15 probetas?. En caso negativo indicar cuántas serían necesarias como mínimo.
- (d) ¿Cuáles son los factores que afectan a la longitud de un intervalo de confianza?. Justifica tu respuesta.

6. (**Propuesto**) En un laboratorio se investiga la cantidad (en partes por millón, ppm.) de impurezas que hay en el aire líquido. La distribución de los valores obtenidos es aproximadamente normal de media desconocida. Por un estudio preliminar, la desviación típica poblacional puede fijarse en 0.09 ppm.

- (a) Se decide tomar 5 mediciones y obtenemos una media muestral de 1.04 ppm. Construir de manera detallada un intervalo de confianza para la media poblacional al 95% de confianza. Interpretar el resultado obtenido.
- (b) Calcular el tamaño muestral para conseguir, con una confianza del 95%, reducir a la mitad el margen de error del intervalo obtenido en el apartado anterior.
- (c) Supongamos que el investigador responsable del experimento desconfía del estudio preliminar por lo que decide estimar la desviación típica poblacional a partir de la muestra. Los resultados obtenidos para las 5 mediciones de la cantidad de contaminación son:

0.95 0.98 1.12 1.0 1.15

Determinar un intervalo de confianza al 95% para la cantidad promedio de contaminación del aire líquido. Comentar las conclusiones que se obtienen al comparar este intervalo con el obtenido en el apartado (b) anterior.

7. Para una encuesta, se entrevistan a 1025 mujeres y 427 hombres al azar entre la población española. El 47% de las mujeres entrevistadas opinan que no tienen bastante tiempo libre para sí mismas.

- (a) El sondeo anuncia un margen de error de ± 3 puntos para un nivel de confianza de 95 % para las mujeres. Explique por qué no se puede afirmar que el 47% de las mujeres españolas opinan que no tienen bastante tiempo libre para sí. Explique a continuación qué quiere decir un "nivel de confianza del 95%".
- (b) El margen de error para los hombres, con el mismo nivel de confianza, es ± 4 puntos. ¿Por qué este margen de error es mayor para los hombres que para las mujeres?

8. En una muestra aleatoria de 85 soportes de cigüeñal de un motor de automóvil, 10 tienen una terminación más rugosa de lo que permiten las especificaciones. **Construir** un intervalo de confianza para la proporción de defectuosas con un nivel de confianza del 95%. El intervalo anterior ¿es exacto o aproximado?, ¿en qué sentido?, ¿cuál es el resultado matemático que nos permite obtener la distribución del estadístico proporción muestral?

9. (**Propuesto**) Una empresa desea determinar la proporción de clientes dispuesto a demandar el producto que oferta. Para ello consulta de manera aleatoria a 200 clientes, obteniéndose que el 20% de ellos estarían dispuestos a demandar dicho producto mientras que el resto no.

- (a) Obtener un intervalo de confianza al 95% para la proporción poblacional.
- (b) Si queremos cometer un error inferior al 0.1% en la estimación de la proporción de clientes que demandarán el producto, ¿a cuántos clientes debemos consultar? (Responder usando un nivel de confianza del 95%).

10. Eres el encargado de un departamento de producción en una fábrica y recibes un lote de 2000 piezas necesarias para la fabricación de un artículo. Tienes la responsabilidad de aceptar o rechazar el lote, si estimas que la calidad de este no es suficiente. El fabricante te asegura que, en este lote, no hay más de 100 piezas defectuosas, pero decides tomar una muestra para estimar la proporción de defectuosos.

- (a) ¿Cuántas piezas decides examinar para que, con un nivel de confianza de 95%, el error en la estimación de la proporción poblacional de defectuosos que cometes no sea mayor que 0.05?
- (b) Decides tomar una muestra de 100 artículos escogidos al azar en el lote y realizas el recuento de piezas defectuosas en esta muestra. Has encontrado 4 artículos defectuosos. Construye para la proporción de defectuosos en el lote, un intervalo de confianza al nivel de 95% de confianza. ¿Se acepta o se rechaza el lote?