



Ingeniero Técnico de Minas

Asignatura: Estadística

Curso 2005/2006

Hoja 5. Muestreo y distribuciones muestrales

1. Una fábrica de gaseosa utiliza una envasadora automática para rellenar botellines de plástico. Cada botella debe contener 300ml pero en realidad los contenidos varían según una distribución normal con media $\mu = 298\text{ml}$ y desviación típica $\sigma = 3\text{ml}$.

- ¿Cuál es la probabilidad de que una botellín individual contenga menos de 295ml?
- ¿Cuál es la probabilidad de que el contenido promedio de las botellas en un paquete de 6 contenga menos de 295ml?

2. Se realiza una medición de peso en un laboratorio, sabiendo que la desviación típica de las medidas es $\sigma = 10\text{mg}$. El operador repite la medición 3 veces y proporciona como valor del peso la media $\bar{x}$ de sus tres mediciones.

- ¿Cuál es la desviación típica del resultado proporcionado?
- ¿Cuántas veces habría que repetir la medición para reducir la desviación típica del resultado proporcionado hasta 5?

3. El resultado de una encuesta de opiniones fue que el 59% de la población española piensa que la situación económica es buena o muy buena. Supongamos, extrapolando los resultados del sondeo a la población entera, que la proporción de todos los españoles con esta opinión es efectivamente 0.59.

- Muchos de los sondeos tienen un "margen de error" del orden de ± 3 puntos, ¿Cuál es la probabilidad de que una muestra aleatoria de 300 españoles presente una proporción muestral que no se aleje en más de 0.03 de la proporción poblacional auténtica $p = 0.59$?
- Conteste a la pregunta anterior para una muestra de 600 individuos y otra de 1200 individuos. ¿Cuál es el efecto de aumentar el tamaño muestral?

4. **(Propuesto)** Un aparato de medición es exacto en el sentido de que la media de la variable aleatoria $X =$ "Valor medido de la señal" coincide con el valor auténtico de la señal, mientras que la desviación típica del valor medido es 0.1 unidades. Se sabe que la distribución del valor medido es aproximadamente normal.

- ¿Cuál es la probabilidad de que el valor de una medición se aleje de la señal auténtica en más de 0.1 unidades?

(b) Responder a la cuestión anterior cuando se repite la medición 5 veces y se toma como valor medido el promedio de los 5 valores obtenidos.

5. **(Propuesto)** En condiciones normales, una máquina produce piezas con una tasa de defectuosas del 1%. Para controlar que la máquina sigue bien ajustada, se escogen al azar cada día 100 piezas en la producción y se le somete a un test.

- ¿Cuál es la probabilidad de que, si la máquina está bien ajustada, haya en una de esas muestras más del 2% de piezas defectuosas?
- Si un día 3 piezas resultan defectuosas, ¿qué conclusiones sacaría sobre el funcionamiento de la máquina?

6. Un fabricante de bomba de aire acondicionado para coches comprueba una muestra de 4 termostatos cada hora. Para ello, se colocan los termostatos en una cámara con una temperatura de 21°C , que aumenta gradualmente hasta que el termostato ponga en marcha el aire acondicionado. La temperatura media deseada de respuesta de los termostatos es de 23° , y por experimentos pasados, se sabe que la desviación típica de la temperatura de respuesta de termostatos correctamente ajustados es $\sigma = 0.5^\circ$. Se quiere realizar una gráfica de control $\bar{x}$, calcular la línea central así como los límites de control para esta gráfica.

7. Los americanos y los japoneses utilizan generalmente los límites de control $\mu \pm 3\sigma/\sqrt{n}$, lo que implica que la probabilidad de que un $\bar{x}$ se encuentre fuera de estos límites cuando el proceso está bajo control es aproximadamente 0.003. Los europeos en cambio, fijan los límites de control como $\mu \pm c\sigma/\sqrt{n}$, donde c se escoge de tal manera que la probabilidad de que un $\bar{x}$ se encuentre por encima de $\mu + c\sigma/\sqrt{n}$ cuando el proceso está bajo control es exactamente 0.001. Utilizando la tabla de la normal, determinar el valor de c . ¿Cuál es entonces la probabilidad de que un $\bar{x}$ se encuentre debajo de $\mu - c\sigma/\sqrt{n}$, si el proceso está bajo control?

8. **(Propuesto)** En la elaboración de unos cojinetes, éstos pueden resultar defectuosos bien porque su diámetro quede demasiado pequeño o bien porque quede demasiado grande. Se comprobaron **muestras de 100 unidades cada hora**, durante 6 horas, obteniéndose el número de cojinetes defectuosos para cada muestra dado en la siguiente tabla:

hora	1	2	3	4	5	6
nº de cojinetes defectuosos	16	14	17	18	13	15

Por experiencia, los fabricantes consideran que la proporción de cojinetes defectuosos del proceso es de un 15%. Construir un gráfico de control para la proporción de cojinetes defectuosos. ¿El proceso está bajo control? ¿Por qué?