



Dpto. Matemática Aplicada y Estadística

Ingeniero Técnico de Minas.

Asignatura: Estadística.

Examen Septiembre 2004.

Problema 1

Con el fin de determinar la cantidad de contaminación eliminada del aire, a partir de la cantidad de precipitación pluvial, se realizaron las correspondientes mediciones en 15 días de lluvia. La media y la varianza de las precipitaciones recogidas durante los 15 días de lluvia son 40 y 4, respectivamente, y la recta ajustada por mínimos cuadrados para los datos es:

$$y = 0.25 + 0.01x$$

1. Calcular la covarianza entre la cantidad de lluvia y la cantidad de contaminación eliminada **(0.5 ptos)**
2. ¿Cuál es el signo de la correlación entre la cantidad de lluvia y la cantidad de contaminación eliminada? Justifica tu respuesta. ¿Qué interpretación tiene dicho signo? **(0.25 ptos)**
3. ¿Cuánto vale la media aritmética de las cantidades de contaminación eliminadas durante los 15 días de lluvia observados? **(0.25 ptos)**

Problema 2

Un determinado prefabricado de hormigón puede presentar dos tipos de defectos de manera independiente, que lo hacen inutilizable. El primero de ellos es no cumplir con la norma en lo referente a las dimensiones del objeto y otro no cumplir la norma en relación a la resistencia del mismo, pudiendo presentarse ambos defectos en una misma pieza. Se sabe que el 10% de los prefabricados tienen unas dimensiones incorrectas, mientras que sólo el 5% no cumple las exigencias en cuanto a resistencia. A partir de esta información, determinar:

1. El porcentaje de prefabricados que son correctos, es decir, no presentan defecto alguno. **(0.5 ptos)**
2. El porcentaje de prefabricados que tendrán que ser eliminados por presentar algún tipo de defecto. **(0.5 ptos)**
3. Determinar, dentro del conjunto de las piezas defectuosas, el porcentaje de piezas que cumplen la norma de resistencia. **(0.5 ptos)**

Problema 3

I.- Una máquina fabrica piezas cuya longitud viene dada por una distribución Normal de media 20 (cm) y varianza 4 (cm²).

1. Se consideran aceptables las piezas con longitud en el intervalo [16, 24]. Determinar la proporción de piezas defectuosas. **(0.5 ptos)**
2. Si queremos que el porcentaje de defectuosas sea sólo del 1%, determinar a qué varianza deberíamos ajustar la máquina. **(0.5 ptos)**

II.- El tiempo de duración de un ensamble mecánico en una prueba de vibración sigue una distribución exponencial de media 400 horas. Entonces:

1. Determinar la probabilidad de que el ensamble falle durante la prueba antes de 100 horas. ¿Cuál es la probabilidad de se produzca el fallo después de 500 horas?. **(0.5 ptos)**
2. Si el ensamble se ha probado durante 400 horas sin fallo, determinar la probabilidad de que falle antes de las 500 horas. **(0.25 ptos)**
3. Si durante el ensayo se han probado 10 ensambles de manera independiente, determinar la probabilidad de que falle al menos uno de ellos antes de 500 horas. **(0.5 ptos)**

Problema 4

La resistencia de un tipo de acero en gr/mm^2 es una variable aleatoria con densidad:

$$f(x) = \begin{cases} k(x^2 + 2x) & 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

1. Determinar el valor de la constante k para que sea función de densidad. **(0.25 pts)**
2. Calcular su función de distribución. **(0.5 pts)**
3. Determinar la resistencia esperada. **(0.5 pts)**
4. Determinar la probabilidad de que el acero aguante más de $2.5 \text{ gr}/\text{mm}^2$ si para $1.5 \text{ gr}/\text{mm}^2$ aún resiste. **(0.5 pts)**

Problema 5

Un estudio demostró que la resistencia a la compresión de un nuevo tipo de acero se distribuye siguiendo un modelo Normal, con desviación típica igual a 4. Se escogieron al azar 9 probetas de dicho tipo de acero, obteniéndose una resistencia media de 45.

1. Construir de manera **detallada** un intervalo de confianza al 99% para la resistencia media a la compresión del acero. **(0.75 pts)**
2. Según los resultados del apartado anterior, ¿cuál es la estimación puntual de la resistencia media a la compresión? ¿Cuánto vale, a lo sumo, el error cometido en dicha estimación? **(0.25 pts)**
3. Si en la estimación de la resistencia media a la compresión queremos cometer un error inferior a 0.5, determinar el tamaño de la muestra mínimo necesario para garantizar este objetivo. **(0.5 pts)**
4. ¿Cuáles son los factores que afectan a la longitud de un intervalo de confianza?. Justifica tu respuesta. **(0.5 pts)**