Dpto. Matemática Aplicada y Estadística

Ingeniero Técnico de Minas.
Asignatura: **Estadística.**
Examen Junio 2006.

Problema 1 (1.2 ptos)

Para determinar si unos discos de policarbonato plástico ”Cumplen las Especificaciones” de venta, se somete cada disco a un test de calidad que clasifica los discos en ”Aceptable”, ”Defectuoso” y ”Sin Determinar”. Con el fin de estudiar la eficiencia del test, se utilizaron 100 discos que ”Cumplen las Especificaciones” y se sometieron al test, obteniéndose **según el test** 80 discos ”Aceptables” y 5 discos ”Defectuosos”. Por otra parte, se utilizaron 100 discos que ”No Cumplen las Especificaciones” y se sometieron al test, obteniéndose **según el test** 7 discos ”Aceptables” y 90 discos ”Defectuosos”. Se sabe por experiencia que el 85% de los discos producidos ”Cumplen las Especificaciones” de venta y el 15% restante no las cumple.

1. Determinar la probabilidad de que el test clasifique correctamente los discos que cumplen las especificaciones. **(0.2 ptos)**
2. Determinar la probabilidad de que el test clasifique correctamente los discos que no cumplen las especificaciones. **(0.2 ptos)**
3. Determinar el porcentaje de discos que quedan ”Sin Determinar” al aplicar el test de calidad. **(0.4 ptos)**
4. Si un disco es clasificado como ”Sin Determinar” según el test, ¿qué es más probable, que se trate de un disco que cumple las especificaciones o que no las cumple? Obtener la probabilidad correspondiente en cada caso. **(0.4 ptos)**

Problema 2 (1.8 ptos)

1. La resistencia de un tipo de acero en gr/mm^2 es una variable aleatoria con función de distribución:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \frac{x}{4} & 0 < x < 2 \\ 0.5 & 2 \leq x \leq 3 \\ \frac{x}{6} & 3 < x < 6 \\ 1 & x \geq 6 \end{cases}$$

   (a) Hallar la función de densidad asociada a la variable $X =$”Resistencia del acero”. **(0.2 ptos)**
   (b) Calcular la resistencia media del acero. **(0.4 ptos)**
   (c) Calcular la probabilidad de que la resistencia del acero esté comprendida entre 1 y 5 gr/mm^2. **(0.2 ptos)**
   (d) Determinar la probabilidad de que el acero resista más de 4 gr/mm^2 si para 2 gr/mm^2 aún resiste. **(0.2 ptos)**

2. El número de roturas que sufre una máquina en un día de funcionamiento viene dado por la siguiente función puntual de probabilidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} k - \frac{1}{8} \cdot x^2, & \text{para } x = 0, 1, 2 \\ 0, & \text{resto} \end{cases}$$

   (a) Calcular el valor de k. ¿Cuál es la probabilidad de que no haya roturas en un día? **(0.2 ptos)**
   (b) Obtener la función de distribución de la variable $X =$” Número de roturas diarias de la máquina” **(0.3 ptos)**
   (c) Cada vez que se rompe la máquina hay que avisar a un técnico para que la repare, lo que implica un coste de 60 euros por reparación. Si nos proponen un servicio de mantenimiento por 40 euros diarios, ¿interesaría contratar este servicio?. Responder realizando los cálculos oportunos. **(0.3 ptos)**

Problema 3 (0.7 ptos)

En la elaboración de unos cojinetes, éstos pueden resultar defectuosos bien porque su diámetro quede demasiado pequeño o bien porque quede demasiado grande. Se comprobaron **muestras de 100 unidades cada hora**, durante 10 horas, obteniéndose el número de cojinetes defectuosos para cada muestra dado en la siguiente tabla:

hora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n^o de cojinetes defectuosos	8	7	9	10	6	7	9	5	11	8

Por experiencia, los fabricantes consideran que la proporción de cojinetes defectuosos del proceso es de un 7%. Construir un gráfico de control para la proporción de cojinetes defectuosos. ¿El proceso está bajo control? ¿Por qué? **(0.7 ptos)**

Problema 4 (1.3 ptos)

1. Las dos dimensiones ("**longitud**" y "**anchura**") de un determinado tipo de piezas son variables aleatorias **Normales e independientes**. Se sabe que la **longitud** tiene media 9 cm y desviación típica 0.05 cm, mientras que la **anchura** tiene media 2 cm y desviación típica 0.05 cm. Para que una pieza pueda ser aprovechada, debe tener una longitud comprendida entre 8.9 y 9.1, y una anchura comprendida entre 1.9 y 2.1.

   (a) Determinar el porcentaje de piezas que cumplen las especificaciones de longitud. (**0.2 ptos**)

   (b) Determinar la proporción de piezas que podrán ser aprovechadas por cumplir las especificaciones de longitud y anchura simultáneamente. (**0.2 ptos**)

   (c) Si se seleccionan al azar 100 piezas, ¿cuál es la probabilidad de que haya más de 85 piezas aprovechables? (**0.5 ptos**)

2. El número de roturas que sufre una máquina en un día de funcionamiento viene dado por una distribución Poisson de media 2 roturas diarias.

   (a) Determinar la probabilidad de que se produzca alguna rotura durante un día de funcionamiento. **(0.2 ptos)**

   (b) Determinar la probabilidad de que se produzcan entre 9 y 11 roturas (ambas inclusives) durante una semana laborable (de lunes a viernes). **(0.2 ptos)**

Problema 5 (1.5 ptos)

Para medir la conductividad térmica del hierro Armco, se utiliza una temperatura de 100^{o}F y una potencia de entrada de 550W. En las condiciones anteriores, se midió la conductividad térmica de 16 piezas de hierro Armco, obteniéndose una media de 40.1 y una desviación típica de 0.2 para la muestra seleccionada. Suponiendo que la v.a. X = "Conductividad térmica del hierro Armco" sigue una distribución Normal, responder a las siguientes cuestiones:

1. Construir **de manera detallada** un intervalo de confianza al 95% para la conductividad térmica promedio del hierro Armco. ¿Qué interpretación tiene el intervalo obtenido? **(0.6 ptos)**

2. Si en la estimación de la conductividad térmica promedio del hierro Armco queremos cometer un error inferior a 0.05, al 95% de confianza, determinar el tamaño de la muestra mínimo necesario para garantizar este objetivo. **(0.3 ptos)**

3. Se sabe que la conductividad térmica promedio de otro tipo de hierro es de 40. ¿Podemos considerar que el hierro Armco presenta mayor conductividad térmica promedio que este otro tipo de hierro? Plantear el contraste correspondiente y llevarlo a cabo al 90%, 95% y 99% de confianza. Interpretar la decisión tomada en cada caso. **(0.6 ptos)**