



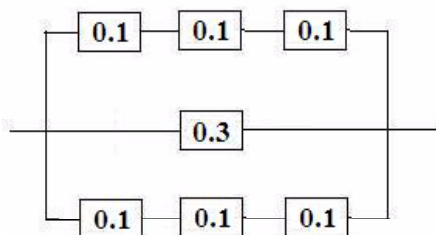
Problema 1 (1.75 ptos)

Parte I.- Una empresa de materiales de construcción está probando un nuevo pavimento. Para ello, instala muestras del material en tres zonas donde las condiciones climáticas son diferentes, repartidas de la siguiente forma: 45% en la zona A, 30% en la zona B y 25% en la zona C.

Con una lluvia abundante el pavimento se derrumba totalmente. La probabilidad de que haya tormenta en la zona A es $\mathbb{P}[|X| < 2]$, siendo X una variable aleatoria con distribución normal de media $\mu = 1$ y varianza $\sigma^2 = 4$, en la zona B es $\mathbb{P}[Y \geq 6]$, donde Y tiene una distribución binomial de parámetros $n = 8$ y $p = 0.8$ y en la zona C es $\mathbb{P}[U = 3]$, con U una variable con distribución de Poisson de parámetro $\lambda = 1$.

1. Calcular la probabilidad de que el pavimento se derrumbe en cada una de las zonas donde se instalaron muestras de material. **(0.75 ptos)**
2. Si el pavimento no sufre ningún derrumbamiento, ¿cuál es la probabilidad de que se haya construido en la zona A? **(0.5 ptos)**

Parte II.- Las componentes del siguiente circuito funcionan de manera independiente y sus probabilidades de fallo son las que aparecen indicadas. Determinar la probabilidad de que el circuito funcione. **(0.5 ptos)**



Problema 2 (1.5 ptos)

La resistencia de un tipo de acero en gr/mm^2 es una variable aleatoria X con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} k(x^2 + 2x) & 1 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- (a) Determinar el valor de la constante k para que sea función de densidad. **(0.25 ptos)**
- (b) Determinar la función de distribución de X . **(0.25 ptos)**
- (c) Determinar las siguientes probabilidades: $P(2 \leq X \leq 3)$; $P(X > 3)$; $P(1 \leq X \leq 3 | X < 2)$. **(0.5 ptos)**
- (d) Se sabe que la dureza del acero está relacionada con su resistencia mediante la siguiente expresión:

$$\text{Dureza} = 5 \times \text{Resistencia} + 1$$

Determinar la media de la v.a. $Y = \text{"Dureza del acero"}$. **(0.5 ptos)**

Problema 3 (1.5 ptos)

El tiempo de vida de los reguladores de voltaje de los automóviles tiene una distribución exponencial de media 10 años.

- (a) Determinar la probabilidad de que un regulador de voltaje falle antes de 8 años. **(0.25 ptos)**
- (b) ¿Cuál es la probabilidad de se produzca el fallo después de 11 años?. **(0.25 ptos)**
- (c) Si compramos un automóvil de segunda mano, con 4 años de antigüedad, al que le funciona el regulador de voltaje, ¿cuál es la probabilidad de que se rompa el regulador antes de que el automóvil cumpla 12 años? ¿Convendría haber sustituido el regulador al comprar el vehículo a pesar de que funcionaba? Justifica tu respuesta. **(0.25 ptos)**
- (d) En un ensayo se prueban 100 reguladores de voltaje de manera independiente. Determinar la probabilidad de que falle al menos uno de ellos después de 11 años. ¿Cuál es la probabilidad de que fallen más de 20 después de 11 años? **(0.75 ptos)**

Problema 4 (1.75 ptos)

Un fabricante de discos de policarbonato plástico prueba un nuevo diseño de discos con el objetivo de estudiar su resistencia a los golpes. Para ello, decide seleccionar una muestra de 16 discos de nuevo diseño, los cuales proporcionan una resistencia media de 25.5 y una desviación típica de 1. Por otra parte, se sabe que los discos de diseño antiguo proporcionaban una resistencia media de 25.

Suponiendo que la resistencia a los golpes para el nuevo diseño sigue una distribución aproximadamente Normal, responder a las siguientes cuestiones:

1. Construir de manera **detallada** un intervalo de confianza al 95% para la resistencia media del nuevo diseño de discos. Según los resultados obtenidos, ¿crees que la resistencia media para ambos diseños serán equivalentes? Responder de forma razonada **sin realizar** el contraste correspondiente. **(0.75 ptos)**
2. Si queremos estimar, al 95% de confianza, la resistencia media para el nuevo diseño con un error inferior a 0.2, ¿cuántos discos debemos muestrear?. Justifica tu respuesta. **(0.5 ptos)**
3. Estudiar si existe una diferencia significativa entre las resistencias promedio de ambos diseños. Plantear el contraste correspondiente y tomar la decisión del contraste para los niveles de confianza del 90%, 95% y 99%. **(0.5 ptos)**