EXAMEN I.O

PRÁCTICAS JUNIO 2008

PROB 1

a) x_i = "Nº ~~Kg~~ de plástico P_i a fabricar", $i=1,2,3$.

$$\begin{cases} \text{Max } z = 8x_1+14x_2+6x_3 \\ \text{s.a.} \quad 8x_1+4x_2+8x_3 \le 120 \\ \quad 3x_1+6x_2+6x_3 \le 135 \\ \quad x_i \ge 0 \end{cases}$$

La solución única al problema anterior es:

$$\vec{X}^* = (5,20,0), \quad z^* = 320$$

b) $\vec{c} = (8,14,6) + \lambda(-2,1,2) = (8-2\lambda, 14+\lambda, 6+2\lambda) \ge$

$\ge (0,0,0) \iff \left.\begin{array}{l} \lambda \le 4 \\ \lambda \ge -14 \\ \lambda \ge -3 \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda \in [-3,4]$

∘ Debemos resolver el problema $\forall \lambda \in [-3,4]$

Realizamos el análisis paramétrico con WinQSB y se obtienen los siguientes resultados:

- $\forall \lambda \in [-5, 0'4]$, la solución óptima es $\vec{x}^{*} = (5, 20, 0)$
- $\forall \lambda \in [0'4, 8]$, la solución óptima es $\vec{x}^{**} = (0, 22'5, 0)$
- Además, si $\lambda = 0'4$, también son soluciones óptimas los puntos del ~~segmento~~ segmento que une $(5, 20, 0)$ con $(0, 22'5, 0)$

$$\vec{x}^{*} = \alpha(5, 20, 0) + (1-\alpha)(0, 22'5, 0)$$

con $\alpha \in (0, 1)$

c) Nos piden un análisis paramétrico para el vector de recursos $\vec{b} = \begin{pmatrix} 120 \\ 135 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 120+\lambda \\ 135-2\lambda \end{pmatrix}$

Como los recursos deben ser no negativos,

$$\left.\begin{array}{lll} 120+\lambda \geq 0 & \Rightarrow & \lambda \geq -120 \\ 135-2\lambda \geq 0 & \Rightarrow & \lambda \leq \frac{135}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda \in [-120, 67'5]$$

Realizamos el análisis paramétrico con WinQSB y obtenemos:

- $\forall \lambda \in [-12'85, 37'89]$, $\{x_1, x_2\}$ es base óptima con $B^{-1} = \begin{pmatrix} 0'1\widehat{6} & -0'\widehat{1} \\ -0'08\widehat{3} & 0'\widehat{2} \end{pmatrix}$

- $\forall \lambda \in [-120, -12'85]$, $\{slack\_c_2, x_2\}$ base óptima con $B^{-1} = \begin{pmatrix} -1'5 & 1 \\ 0'25 & 0 \end{pmatrix}$

- $\forall \lambda \in [37'89, 67'5]$, $\{x_1, slack\_c_1\}$ base óptima con $B^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0'\widehat{3} \\ 1 & -2'\widehat{6} \end{pmatrix}$

Por tanto, las soluciones óptimas son:

- Si $\lambda \in [-12'85, 37'89] \Rightarrow$

$$\vec{X}_B^* = \begin{pmatrix} 0'1\widehat{6} & -0'\widehat{1} \\ -0'08\widehat{3} & 0'\widehat{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 120+\lambda \\ 135-2\lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{6}\cdot 120 + \frac{1}{6}\lambda - \frac{1}{9}\cdot 135 + \frac{2}{9}\lambda \\ -\frac{1}{12}\cdot 120 - \frac{1}{12}\lambda + \frac{2}{9}\cdot 135 - \frac{4}{9}\lambda \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{X}^* = \left(5 + \frac{7}{18}\lambda, 20 - \frac{19}{36}\lambda\right)}$$

- Si $\lambda \in [-120, -12'85] \Rightarrow \vec{X}_B = \begin{pmatrix} -1'5 & 1 \\ 0'25 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 120+\lambda \\ 135-2\lambda \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} -180 - 1'5\lambda + 135 - 2\lambda \\ 30 + 0'25\lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -45 - 3'5\lambda \\ 30 + 0'25\lambda \end{pmatrix} \Rightarrow \boxed{\vec{X}^* = (0, 30 + 0'25\lambda)}$$

• Si $\lambda \in [37'89, 67'5] \Rightarrow$

$$\vec{x}_B = \begin{pmatrix} 0 & 0'\overline{3} \\ 1 & -2'\overline{6} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 120+\lambda \\ 135-2\lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 45-\frac{2}{3}\lambda \\ 120+\lambda-360+\frac{16}{3}\lambda \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 45-\frac{2}{3}\lambda \\ -240+\frac{19}{3}\lambda \end{pmatrix} \Rightarrow \boxed{\vec{x}^{*} = \left(45-\frac{2}{3}\lambda, 0\right)}$$

PROB 2

a) Se trata de un problema de Flujo Máximo.

La cantidad máxima que se puede enviar es

$$z^{*} = 33$$

de la siguiente forma: