



NOTA: En todos los apartados debes justificar los procedimientos utilizados

1. **(3 puntos)** Una planta química fabrica dos productos P_1 y P_2 con dos materias primas M_1 y M_2 . La siguiente tabla muestra los consumos (en kg) de materia prima por kg de producto fabricado, sus disponibilidades y beneficios de P_1 y P_2 (por kg):

	P_1	P_2	Disponibilidad
M_1	2	1	4
M_2	1	2	6
Beneficios (euros)	3	2	

La compañía desea determinar las cantidades de los productos P_1 y P_2 que deben producir para maximizar sus beneficios.

Se sabe que la tabla óptima viene dada por:

	x_1	x_2	x_3^h	x_4^h	x_B
x_1	1	0	$2/3$	$-1/3$	$2/3$
x_2	0	1	$-1/3$	$2/3$	$8/3$
$z_j - c_j$	0	0	$4/3$	$1/3$	

donde x_i representa los kilos de producto P_i fabricados, $i = 1, 2$.

- (a) Formula el problema, indica la solución óptima y justifica si es única. **(0.4 pts)**
- (b) ¿Para qué valor del beneficio del producto 2 deja de ser interesante fabricarlo? **(0.6 pts)**
- (c) Por motivos logísticos, la disponibilidad de cada materia prima puede variar, de manera que si aumenta M_1 , entonces M_2 disminuye en la misma cantidad. Determina las soluciones del problema para valores de $M_1 \in [4, 8]$ y $M_2 \in [2, 6]$. **(1.25 pts)**
- (d) Formula el dual y determina su solución óptima a partir de la tabla final del primal (justifica tu respuesta). Proporciona la interpretación económica de las variables duales en este problema **(0.75 pts)**
2. **(4 puntos)** La empresa Boat Containers se dedica al transporte de mercancía marítima mediante contenedores de barco, donde cada contenedor tiene capacidad para transportar hasta 20 unidades de volumen. A la empresa le queda un contenedor por completar y puede transportar hasta 4 tipos de artículos cuyos volúmenes, pesos y beneficios aparecen en la siguiente tabla:

	A1	A2	A3	A4
Peso	6	7	4	8
Volumen	6	8	7	4
Beneficio	5	6	6	4

- (a) Suponiendo que no hay restricciones relativas al peso, ¿con qué artículos se debe cargar el contenedor para maximizar el beneficio? Formula el problema y resuélvelo usando el algoritmo de ramificación-acotación adaptado a problemas Mochila. **(2 puntos)**
- (b) **Además**, por motivos de seguridad, se aconseja que el contenedor no supere las 15 toneladas de mercancía. ¿Cuál sería la solución en este caso? Formula y resuelve por un algoritmo adecuado a este tipo de problemas. **(2 puntos)**

3. **(3 puntos)** Un proyecto de construcción está formado por 9 actividades cuyas duraciones se consideran variables aleatorias. La estimación de tiempos (en semanas) y relaciones de precedencia para cada actividad se detallan a continuación:

Actividades	Precedencias	Tiem. optimista	Tiem. más probable	Tiem. pesimista
A	-	3	6	9
B	-	1	3	5
C	A	5	5	5
D	A	4	6	8
E	B	8	10	12
F	B	4	9	14
G	C	5	5	5
H	D,E,G	2	3	4
I	F	2	8	14

- (a) Dibuja la red del proyecto. **(0.5 puntos)**
- (b) Determina el camino crítico, tiempo medio de realización del proyecto y su varianza. **(1 punto)**
- (c) ¿Cuál es la probabilidad de que el proyecto se termine en menos de 18 semanas? ¿y en 22 semanas o más? **(0.5 puntos)**
- (d) Se desea firmar un contrato que especifique el tiempo de completación del proyecto, de modo que haya una probabilidad del 95% de cumplir la fecha deseada, ¿qué duración debería especificarse en el contrato? **(0.5 puntos)**
- (e) Supongamos que el tiempo pactado de entrega del proyecto es de 21 semanas. Si el proyecto se retrasa de esa fecha, se incurrirá en una penalización de 6000 euros. Nos proponen renegociar el contrato, retrasando la fecha de entrega una semana, pero este cambio supone un coste de 1200 euros. ¿Interesa renegociar el contrato? **(0.5 puntos)**