EXAMEN I.O.

PRÁCTICAS SEPT 2010

PROB 1

a) x_1 = "Nº de litros de combustible G_1 fabricados"

x_2 = "Nº .. .. .. G_2 .. ".

x_3 = "Nº .. .. .. G_3 .. ".

$$\begin{cases} \text{Max } z = 10x_1 + 6x_2 + 4x_3 \\ \text{s.a} \quad x_1 + x_2 + x_3 \leq 100 \\ 10x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 600 \\ 2x_1 + 2x_2 + 6x_3 \leq 300 \\ x_i \geq 0 \end{cases}$$

SOLUCIÓN: $\vec{x}^* = (33'\widehat{3}, 66'\widehat{6}, 0)$ solución única

$z^* = 733'\widehat{3}$

b) Según el enunciado, debemos introducir ~~el~~ vector de perturbaciones en los costes (beneficios):

$\vec{c}_0 = (-2, 1, 1)$

Nos piden todas las soluciones para los costes:

$$\vec{c} = (10,6,4) + \lambda(-2,1,1) = (10-2\lambda, 6+\lambda, 4+\lambda)$$

$$\vec{c} \geq \vec{0} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{lll} 10-2\lambda \geq 0 & \Rightarrow & \lambda \leq 5 \\ 6+\lambda \geq 0 & \Rightarrow & \lambda \geq -6 \\ 4+\lambda \geq 0 & \Rightarrow & \lambda \geq -4 \end{array}\right\} \lambda \in [-4,5]$$

- Usando la opción "Perform Parametric Analysis" de WinQSB obtenemos:

- $\forall \lambda \in [-1'\hat{1}, 1'\hat{3}]$, $\vec{x}^* = (33'\hat{3}, 66'\hat{6}, 0)$

- $\forall \lambda \in [1'\hat{3}, \infty)$, $\vec{x}^* = (0,100,0)$

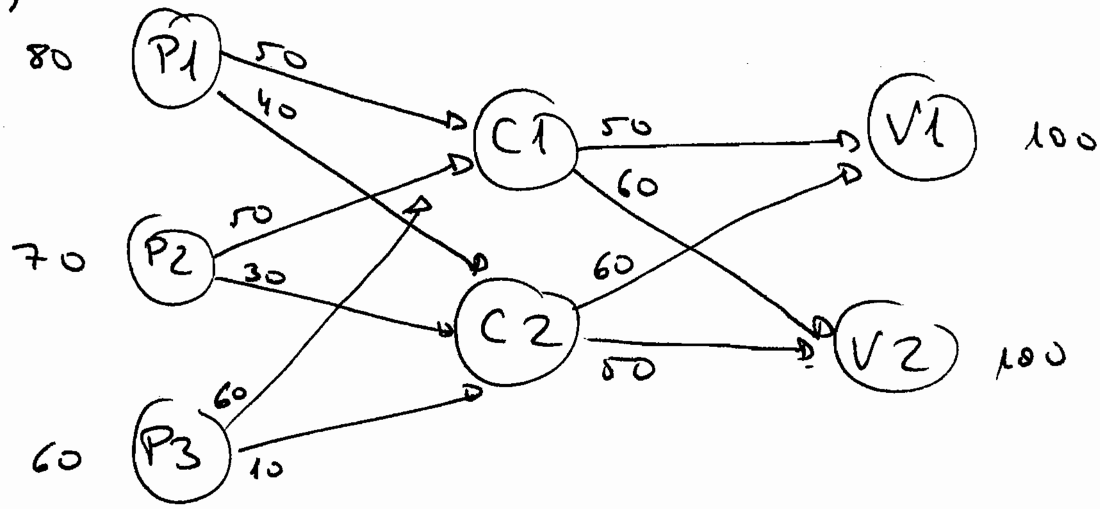
- $\forall \lambda \in (-\infty, -1'\hat{1}]$, $\vec{x}^* = (60,0,0)$

<u>NOTA</u>: • Para $\lambda = 1'\hat{3}$, también son soluciones óptimas los puntos del segmento que une $(33'\hat{3}, 66'\hat{6}, 0)$ con $(0,100,0)$

• Para $\lambda = -1'\hat{1}$, también son soluciones óptimas los ptos del segmento que une $(33'\hat{3}, 66'\hat{6}, 0)$ con $(60,0,0)$

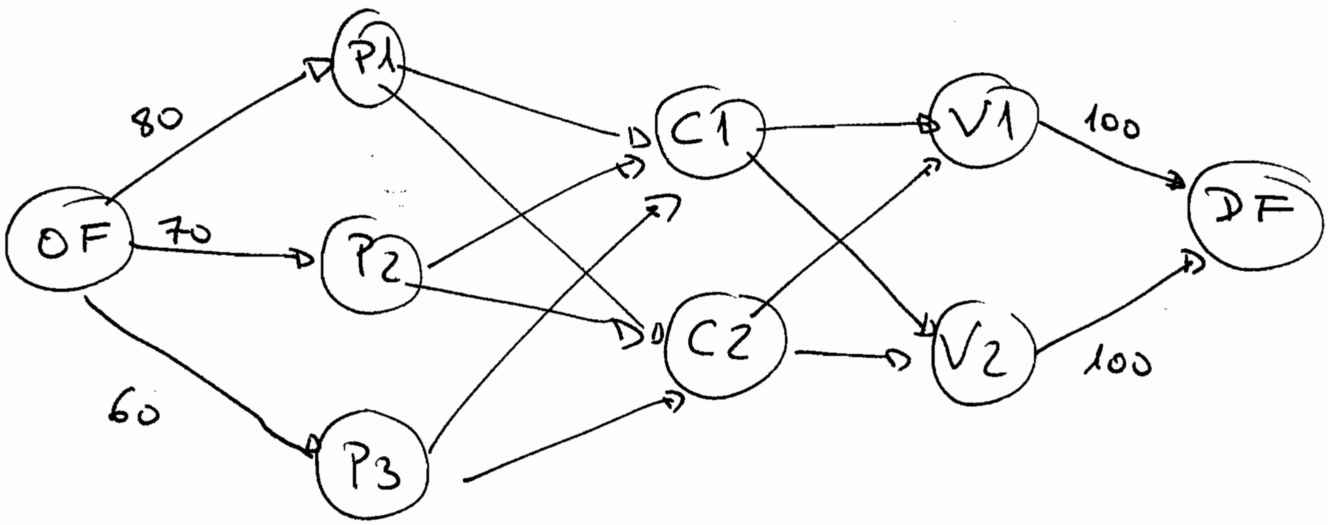
PROB 2

a)



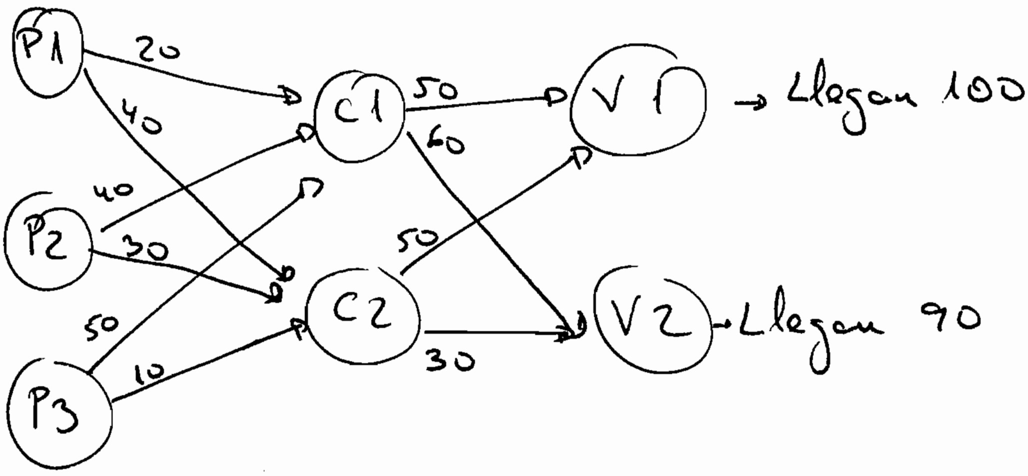
b) Se trata de un problema de flujo máximo con 3 fuentes (los centros de producción) y 2 sumideros (los ptos de venta).

Para resolver con WinQSB creamos una fuente ficticia y un sumidero ficticio, quedando las conexiones de la siguiente forma:



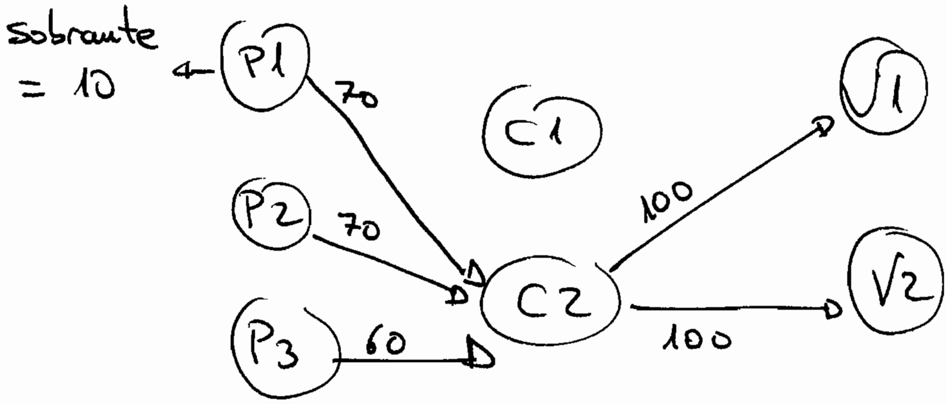
El flujo máximo es de 190, que indica el nº máximo de vehículos que se podrán poner a la venta.

Una solución proporcionada por winQSB es:

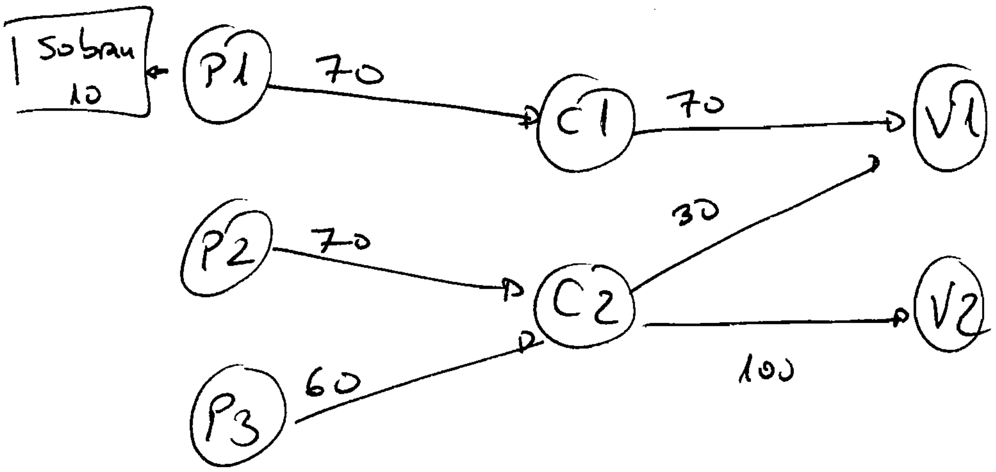


c) En este caso se trata de un problema de transporte con 2 ptos de trasbordo. Lo resolvemos con la opción "Network Flow".

El coste total de transporte es de 16500 y el plan de distribución óptimo es:



Existen soluciones alternativas:



PROB 3

x_1 = "Nº de envases de gama alta producidos (E_1)"

x_2 = "Nº " " " " baja " (E_2)".

- Restricciones rígidas:

(RR1) : $60x_1 + 40x_2 \leq 8000$ (Disponib. Polietileno)

(RR2) : $40x_1 + 60x_2 \leq 10.000$ (" Aditivo)

- Observación: $x_1, x_2 \geq 0$ ENTERAS (ver enunciado).

Planteamos los problemas correspondientes a cada meta.

⊛ PROBLEMA 1:

(RM1) : $x_1 + x_2 - d_1^+ + d_1^- = 100$ (Demanda conjunta)

$$\begin{cases} \text{Min } z = d_1^- \\ \text{s.a.} \quad (RR1) \\ \qquad (RR2) \\ \qquad (RM1) \end{cases}$$

$x_1, x_2 \geq 0$ ENTERAS

SOL: $z^* = 0 \Rightarrow d_1^- = 0 \Rightarrow$ Alcanzamos la META 1.

Poniendo las variables x_1, x_2 continuas podemos comprobar que sí hay soluciones múltiples.

PROBLEMA 2:

$$(RM2): \quad (5x_1+6x_2)+(7x_1+4x_2)-d_2^+ + d_2^- = 1100$$

$$\Leftrightarrow \quad 12x_1+10x_2-d_2^+ + d_2^- = 1100$$

$$\left\{\begin{array}{ll} \text{Min} & z = d_2^+ \\ \text{s.a.} & (RR1) \\ & (RR2) \\ & (RM1) \\ & d_1^- = 0 \\ & (RM2) \\ & x_1, x_2 \geq 0 \text{ enteras} \end{array}\right.$$

SOL: $z^* = 0 \Rightarrow d_2^+ = 0 \Rightarrow$ Se alcanza la META 2.

Además, al resolver el problema continuo aparecen soluciones múltiples así que tiene sentido seguir con la meta 3.

PROBLEMA 3:

$$(RM3): \quad 8x_1+20x_2-d_3^+ + d_3^- = 1400$$

$$\left\{\begin{array}{lll} \text{Min} & z = d_3^+ & \\ \text{s.a.} & (RR1) & \\ & (RR2) & \\ & (RM1) & \\ & d_1^- = 0 & \\ & (RM2) & \\ & d_2^+ = 0 & x_1, x_2 \geq 0 \\ & (RM3) & \text{ENTERAS} \end{array}\right.$$

<u>SOL</u>: $z^* = 0 \Rightarrow d_3^+ = 0 \Rightarrow$ Se alcanza META 3

Además, la solución es única para el problema continuo con $\vec{x}^* = (50, 50)$ ...

Por tanto, ~~la solución~~ el problema con variables enteras también tiene solución única dada por:

$$\vec{x}^{p*} = (50, 50).$$

Al tener solución única cumpliendo la META 3, no es necesario resolver el problema 4 sino que basta con indicar el valor de la META 4 para la solución $\vec{x}^{p*} = (50, 50)$.

- Consumo energía $= 30 \times 50 + 20 \times 50 = 2500$ KW $\Rightarrow$ No se cumple la META 4.

<u>CONCLUSIÓN</u>: El punto $\vec{x}^{p*} = (50, 50)$ (fabricar 50 envases de cada tipo) es la solución de mejor compromiso, cumpliendo las metas 1, 2 y 3, pero <u>no</u> la meta 4.