



Ingeniero en Organización Industrial
Asignatura: Investigación Operativa (Curso 07/08)
Profesora: María del Carmen Ruiz Abellón
Hoja 9: Programación Multiobjetivo

1. Dado el siguiente problema lineal bi-objetivo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Max} \quad \mathbf{z} = (-x_1 + x_2, x_1 + 2x_2) \\ \text{s.a} \\ \quad -x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ \quad x_1 + x_2 \leq 8 \\ \quad x_1 \leq 6 \\ \quad x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right.$$

responder a los siguientes apartados:

- Representar gráficamente la región factible (F), el espacio de objetivos ($\mathbf{z}(F)$) e indicar cuál sería el conjunto de soluciones eficientes.
- Resolver el problema con el método de las ponderaciones suponiendo que ambos objetivos son igual de importantes. La solución obtenida ¿es eficiente?
- Resolver el problema con el método de las ε -restricciones suponiendo que el primer objetivo es el más importante y que la meta para el objetivo 2 es de al menos 10. La solución obtenida ¿es eficiente?

2. Consideremos el siguiente problema lineal multiobjetivo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Max} \quad \mathbf{z} = (z_1, z_2, z_3, z_4) \\ \text{s.a} \\ \quad -x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ \quad x_1 + x_2 \leq 8 \\ \quad x_1 \leq 6 \\ \quad x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right.$$

donde

$$\begin{array}{ll} z_1 = -x_1 + x_2 & z_2 = x_1 + 2x_2 \\ z_3 = 3x_1 - 2x_2 & z_4 = -x_1 + 3x_2 \end{array}$$

Para el decisor, el objetivo z_3 es el doble de importante que el z_4 . Además, para los objetivos z_1 y z_2 se establecen metas de al menos 2 y 10 respectivamente. Plantear y resolver el problema comentando el método de resolución utilizado.

- En el proceso de fabricación de dos tipos de transistores denominados T_1 (alta calidad) y T_2 (baja calidad), se utilizan entre otras como materias primas aluminio, arsénico y selenio, en las cantidades que se indican en la tabla. En dicha tabla aparecen también las disponibilidades de materia prima, costes de mano de obra y del proceso de fabricación (miles de ptas), consumos de energía (kW) y contaminación emitida (mg), todos por unidad producida.

	T_1	T_2	Disponibilidad
Aluminio	60	40	12000
Arsénico	55	50	11000
Selenio	120	60	18000
Coste mano obra	5	6	
Coste proceso	7	5	
Consumo energía	30	24	
Contaminación	8	20	

El fabricante desea racionalizar el proceso de producción y para ello establece las siguientes metas ordenadas por orden de importancia:

- M1: no superar las disponibilidades de materia prima.
- M2: respetar las demandas de transistores. A partir de estudios de mercado, se estima que para el tipo T_1 está entre 50 y 90 unidades, y para el tipo T_2 es superior a 110.

- M3: los costes de mano de obra y del proceso no deben superar los fondos disponibles, que se sitúan en 600000 y 1175000 ptas.
- M4: el consumo de energía debe ser inferior a 3600 kW.
- M5: la contaminación emitida debe situarse lo más próxima posible a 1600 mg.

Resolver el problema con el método de programación por metas secuencial y comentar la solución obtenida.

- Una empresa química produce un determinado compuesto al mezclar dos de sus productos: CS-01 y CS-02. Cada litro de CS-01 cuesta 3 euros y proporciona 5 gramos de sodio y 2 gramos de azufre a la mezcla resultante. Cada litro de CS-02 cuesta 1 euro y produce 2 gramos de sodio y 1 gramo de azufre. La mezcla resultante debe contener al menos 9 gramos de sodio y 4 de azufre. Los objetivos que se fijan son el de obtener al menos 2 litros de mezcla y un coste no superior a 3.5 euros.
 - Resolver el problema usando programación por metas. La solución obtenida, ¿es eficiente?.
 - Se sabe que cada litro de exceso de mezcla tiene el doble de penalización que cada litro por debajo de la meta. Además, el coste excedido de la meta tiene la misma penalización que cada litro de exceso de mezcla. Plantear y resolver el problema correspondiente.
- Una empresa de pasta produce dos tipos de tallarines: delgados y gruesos. Cada kilo de tallarines delgados produce una ganancia de 0.5 euros y requiere 2.5 minutos en la máquina cortadora, cada kilo de tallarines gruesos produce una ganancia neta de 0.4 euros y requiere 1.5 minutos de tiempo de máquina. La compañía dispone de 40 horas de tiempo de máquina esta semana y requiere producir al menos 400 kilos de tallarines delgados y 500 de gruesos. Además de maximizar ganancias, para

lo que se ha establecido una meta de 800 euros, se ha fijado un objetivo de producción de un total de 1000 kilos de tallarines, aunque se permite una cierta variación. Formular y resolver el problema correspondiente sabiendo que cada kilo de más en la producción tiene una penalización de 0.45, cada kilo de menos 0.9 y cada euro de menos 1.

- Una determinada empresa hortofrutícola desea decidir cuántos de sus 50 acres cultivar con maíz, cuántos con lechuga y cuántos con frijol de soja. La granja está limitada por la disponibilidad de 100000 litros de agua. Cada acre dedicado a maíz requiere 5600 litros de agua y produce un beneficio de 640 euros, cada acre dedicado a frijol necesita 2500 litros de agua y produce una ganancia de 400 euros, y cada acre de lechuga requiere 900 litros de agua y produce una ganancia de 240. La empresa está interesada tanto en maximizar beneficios como en dejar el máximo número de acres libres para otros cultivos.
 - Formular y resolver el problema suponiendo que ambos objetivos son igual de importantes para la empresa. ¿Qué método has usado? ¿La solución obtenida es eficiente? ¿Cuál sería la solución si cada acre libre supone una ganancia de 400 euros?
 - Formular y resolver el problema suponiendo que lo más importante son los beneficios y que se desea dejar libres al menos 10 acres. ¿Qué método has usado? ¿La solución obtenida es eficiente?
 - La empresa establece como metas obtener un **beneficio de al menos 17000** y utilizar al menos 8 acres para el maíz. Formular y resolver el problema correspondiente. ¿Qué método has usado? ¿La solución obtenida es eficiente? ¿Cómo varía la solución si las metas son obtener un **beneficio de 17000** euros y utilizar al menos 8 acres para el maíz?
- La Mercury Distributing Company suministra un solo producto a tres clientes en diversos sitios desde bodegas diferentes. Durante el período

de planificación, la compañía no puede cumplir la demanda de los clientes los cuales deben satisfacerse a expensas de otros. Para evitar desequilibrios serios, es importante balancear la porción de demanda satisfecha entre ciertos clientes. También debido a acuerdos sindicales, la compañía debe satisfacer ciertos requisitos mínimos en los niveles de embarque en ciertas rutas. Finalmente, varias de las rutas sobre las cuales se podría embarcar el producto son peligrosas y deben evitarse.

El problema de transporte se resume a continuación, los costos de embarque se dan en cada una de las celdas y los valores de demanda en los márgenes. Note que la demanda total excede al suministro en 1.500 unidades.

De/a	Cliente 1	Cliente 2	Cliente 3	Suministro
Bodega 1	10	4	12	3000
Bodega 2	8	10	3	4000
Demanda	2000	1500	5000	

La administración ha expresado las siguientes preferencias de las metas en el orden decreciente de importancia (P1= más importante):

- P1. Satisfacer la demanda total del cliente 3 (entrega garantizada).
- P2. Satisfacer por lo menos el 75% de la demanda de cada cliente.
- P3. Minimizar el costo de transporte para los artículos embarcados.
- P4. Embarcar por lo menos 1.000 unidades en la ruta de la bodega 2 al cliente 1 (convenio sindical).
- P5. Minimizar el costo de embarque en las rutas de la bodega 1 al cliente 3 y de la bodega 2 al cliente 2 (peligros).
- P6. Equilibrar el porcentaje de demanda satisfecha entre los clientes 1 y 2.

Formular y resolver el problema usando el método que consideres más apropiado.

8. La Sentinal Finance Company, una compañía pequeña, desea invertir en cuatro acciones de valores. El coste de cada una y la tasa de retorno pronosticada por cinco analistas de la compañía se presenta a continuación:

	Valor 1	Valor 2	Valor 3	Valor 4
Coste \$	30	45	27	53
Pronóstico 1	3	13	4	25
Pronóstico 2	1	4.5	0.6	15
Pronóstico 3	2.75	1.75	2.75	20
Pronóstico 4	4.5	5	1.9	5
Pronóstico 5	3.25	2.75	3.75	35
Retorno esperado (\$/acción)	2.9	5.4	2.6	20

Además, la compañía financiera dispone de un máximo de \$100000 para invertir. Sentinal tiene las siguientes metas (por orden de importancia) para su cartera de inversiones:

- P1: Lograr un retorno esperado de al menos 10% de la cantidad invertida.
- P2: Invertir al menos 10% de la inversión total en el valor 4.
- P3: Invertir el máximo de \$100000.

Formula y resuelve el problema usando el método que consideres más apropiado (proporcionando la solución que consideres de "mejor compromiso"), en los siguientes casos:

- (a) Caso 1: Suponiendo que el número de acciones adquiridas puede tomar valores continuos (acciones divisibles)
- (b) Caso 2: Suponiendo que el número de acciones adquiridas sólo puede tomar valores enteros (acciones indivisibles)