Dpto. Matemática Aplicada y Estadística

Ingeniero en Organización Industrial
Asignatura: Investigación Operativa (Curso 07/08)
Profesora: María del Carmen Ruiz Abellón
Hoja 5: Sensibilidad

1. Resolver los siguientes problemas y representar gráficamente el valor óptimo en función del parámetro λ

$$a)\quad \begin{array}{ll} \max & z = 3x_1 + (2+\lambda)x_2 \\ s.a. & \\ & 2x_1 + x_2 \le 4 \\ & x_1 + 2x_2 \le 6 \\ & x_i \ge 0 \end{array} \qquad b)\quad \begin{array}{ll} \max & z = 3x_1 + 2x_2 \\ s.a. & \\ & 2x_1 + x_2 \le 4 + \lambda \\ & x_1 + 2x_2 \le 6 \\ & x_i \ge 0 \end{array}$$

2. Al resolver el P.P.L.

$$\begin{array}{ll} \max & z = \sum_{j=1}^{6} c_j x_j \\ s.a. & \\ & \sum_{j=1}^{6} a_{ij} x_j = b_i \ (i = 1,2,3) \\ & x_i \ge 0 \end{array}$$

se ha obtenido la siguiente tabla óptima:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_B
x_3	0	-2/3	1	0	3/2	-1	3
x_4	0	1	0	1	-1	-1	4
x_1	1	-1/2	0	0	0	1/3	1
$z_j - c_j$	0	1	0	0	1/2	8/3	

Sabiendo que la base inicial estaba formada por las variables x_4 , x_5 y x_6 se pide:

(a) ¿Cuánto puede variar c_2 manteniendo la actual solución ? ¿y c_1?

(b) Encontrar el menor y mayor valor de λ para el que la solución actual se mantiene óptima cuando el vector de costes se sustituye por $c + \lambda c^0$ siendo $c^0 = (-1, 0, 1, 0, 2, 3)$.

(c) Encontrar el intervalo de variación del parámetro λ para el cual la base actual se mantiene óptima cuando el vector de recursos b se sustituye por $b + \lambda b^0$ con $b^0 = (1, -2, 0)$. Encontrar la solución óptima para $\lambda = 2$.

(d) Calcular todos los parámetros del problema, suponiendo que las variables básicas iniciales eran variables de holgura.

3. Una determinada compañía fabrica tres productos P_1, P_2 y P_3, utilizando para ello tres materias primas M_1, M_2 y M_3. Cada unidad de producto precisa para su fabricación una determinada cantidad de materia prima, que se indica en la siguiente tabla:

	P_1	P_2	P_3
M_1	1	1	1
M_2	1	1	3
M_3	2	1	1

Cada mes se dispone de 300, 450 y 360 unidades de las materias primas respectivamente. Además, el beneficio neto obtenido por la venta de los productos es de 5,3 y 2 respectivamente.

(a) Formular el problema correspondiente.

(b) Responder a las siguientes cuestiones sabiendo que la tabla óptima viene dada por:

	x_1	x_2	x_3	x_4^h	x_5^h	x_6^h	x_B
x_2	0	1	1	2	0	-1	240
x_5	0	0	2	-1	1	0	150
x_1	1	0	0	-1	0	1	60
$z_j - c_j$	0	0	1	1	0	2	

donde x_i representan las unidades del producto P_i fabricadas.

i. ¿De qué materia prima sería más beneficioso a la compañía obtener una unidad adicional a coste cero?. Comentar la respuesta.

ii. ¿Para qué valores del beneficio del primer producto se mantiene óptima la solución actual?

iii. Determinar el conjunto de soluciones óptimas que aparecen cuando el beneficio del producto P_1 es de la forma $5+\lambda$ con $\lambda \in \mathbb{R}^+$

iv. ¿Cómo se modifica la solución óptima si la disponibilidad de la materia prima M_2 desciende a 250?

4. Una fábrica elabora tres productos que precisan de tres recursos: servicios técnicos, trabajo y administración. La siguiente tabla indica las necesidades (en horas) de cada uno de los recursos por unidad de cada uno de los productos, así como el beneficio unitario de cada uno de ellos:

Producto	*Ser.Tec*	*Trabajo*	*Admin*	*Beneficio*
A	1	10	2	10
B	1	4	2	6
C	1	5	6	4

Sabiendo que la compañía dispone actualmente de 100 horas de servicios, 600 de trabajo y 300 de administración:

(a) Formular el problema correspondiente

(b) Responder a las siguientes cuestiones sabiendo que la tabla óptima viene dada por:

	x_1	x_2	x_3	x_4^h	x_5^h	x_6^h	x_B
x_2	0	1	5/6	5/3	-1/6	0	200/3
x_1	1	0	1/6	-2/3	1/6	0	100/3
x_6	0	0	4	-2	0	1	100
$z_j - c_j$	0	0	8/3	10/3	2/3	0	

donde x_i representan las unidades del producto A,B y C fabricadas.

i. ¿Para qué intervalo del beneficio A se mantiene dicha solución?

ii. ¿Cuál debe de ser al menos el beneficio del producto C para que sea interesante fabricarlo?. Hallar la solución óptima si el beneficio de dicho producto se incrementa en 5 unidades.

iii. Se ha comprobado que las estimaciones de las horas disponibles se servicios técnicos no son muy seguras. Una estimación más adecuada sería $100+10\lambda$ con $\lambda \in [-5, 5]$. Obtener las soluciones óptimas cuando λ varía en dicho intervalo.

5. Una compañía desea determinar el número de unidades mensuales de los productos P_1, P_2y P_3 que debe producir para maximizar sus beneficios totales. Para la elaboración de cada unidad de cada uno de los productos se precisan dos recursos R_1 y R_2 . La cantidad de recurso disponible, la cantidad de recurso que precisa cada unidad de producto y el beneficio por unidad de producto se dan en la siguiente tabla:

	P_1	P_2	P_3	*Disponibilidad*
R_1	0	1	2	230
R_2	2	1	1	360
Beneficio unitario	2	2	4	

Además, por necesidades del mercado, la producción mensual conjunta de P_1 y P_2 debe ser al menos de 160 unidades.

(a) Formular el problema correspondiente.

(b) Responder a las siguientes cuestiones sabiendo que la tabla óptima viene dada por:

	x_1	x_2	x_3	x_4^h	x_5^h	x_6^h	x_B
x_2	0	1	0	1/3	-2/3	4/3	50
x_3	0	0	1	1/3	1/3	-2/3	90
x_1	1	0	0	-1/3	2/3	-1/3	110
$z_j - c_j$	0	0	0	4/3	4/3	2/3	

donde x_i representan las unidades del producto P_i fabricadas.

i. ¿De qué materia prima le sería más beneficioso a la compañía obtener una unidad adicional a coste cero? Comentar la respuesta.

ii. ¿Cuánto puede variar el beneficio de P_1 sin que se modifique la solución óptima?

iii. Problemas en el suministro de R_1 han reducido su disponibilidad a 50. Determinar la nueva solución óptima.