Dpto. Matemática Aplicada y Estadística

Ingeniero en Organización Industrial
Asignatura: Investigación Operativa (Curso 07/08)
Profesora: María del Carmen Ruiz Abellón
Hoja 3: El algoritmo del símplex

1. Resolver por el método del Simplex los siguientes problemas y calcular las matrices $\mathbf{B}$ y $\mathbf{B}^{-1}$ correspondientes a la solución óptima:

   a) $\max z = x_1 + x_2$
   $s.a.$
   $x_1 + x_2 \leq 4$
   $5x_1 + 3x_2 \leq 15$
   $7x_1 + 5x_2 \leq 35$
   $x_1, x_2 \geq 0$

   b) $\min z = 2x_1 + x_2$
   $s.a.$
   $3x_1 + 2x_2 \leq 6$
   $2x_1 + 4x_2 \leq 8$
   $x_1 \geq 0$

   c) $\max z = 3x_1 + 2x_2$
   $s.a.$
   $x_1 + 4x_2 \leq 15$
   $3x_1 + x_2 \leq 12$
   $2x_1 + 2x_2 \leq 10$
   $3x_1 - x_2 \leq 11$
   $x_1, x_2 \geq 0$

2. Resolver por el método de las penalizaciones o M grande:

   a) $\max z = x_1 + x_2$
   $s.a.$
   $x_1 + x_2 \geq 4$
   $x_1 + 2x_2 \leq 2$
   $x_1, x_2 \geq 0$

   b) $\min z = 2x_1 - x_2 + 3x_3$
   $s.a.$
   $2x_1 + 3x_2 - x_3 \geq 9$
   $x_1 - 2x_2 + x_3 \geq 6$
   $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

   c) $\max z = 3x_1 + x_2 + 9x_3 - 9x_4$
   $s.a.$
   $x_1 + x_2 + x_3 - 5x_4 = 4$
   $x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0$
   $x_i \geq 0,\ i = 1, ..., 4$

3. Resolver por el método de las dos fases **(No entra en examen)**:

   a) $\max z = 3x_1 + x_2$
   $s.a.$
   $x_1 + 3x_2 \leq 5$
   $x_1 + x_2 = 7$
   $5x_1 + x_2 \leq 4$
   $x_1, x_2 \geq 0$

   b) $\max z = -x_1 - 2x_2 + 2x_3$
   $s.a.$
   $x_1 + x_2 = 6$
   $3x_1 + x_2 = 12$
   $x_1 + x_2 + x_3 \leq 6$
   $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

   c) $\max z = x_1 + x_2$
   $s.a.$
   $x_1 + x_2 \geq 5$
   $x_2 \geq 2$
   $x_1 \geq 1$

4. La Wetcan Corporation está considerando la producción de 5 tipos diferentes de pequeños computadores, los cuales tienen los siguientes beneficios unitarios

Tipo	**Beneficio (miles)**
A	16
B	8
C	11
D	6
E	10

La empresa tiene un capital para invertir en la producción de 1 millón de dólares, y una capacidad de 10000 días.hombre de mano de obra. Los requerimientos de capital (en miles) y mano de obra para cada producto se dan a continuación:

Tipo	**Capital req. (en miles)/ud**	**Días hombre requeridos/ud**
A	20	200
B	15	120
C	16	150
D	10	80
E	14	100

Formular un programa lineal que permita encontrar el mejor plan de producción:

(a) Si el objetivo de la empresa es la maximización de beneficios.

(b) Si el objetivo es producir el máximo número total de unidades (de todos los tipos).

5. Sun Electric puede producir tres chips: el A, cuyo coste es de 6$ por unidad y se vende por 9$; el B, cuyo coste es de 5$ por unidad y se vende por 6$; y el C, cuyo coste es de 8$ por unidad y se vende por 9$.

   El objetivo declarado por la empresa es la maximización de beneficios. La empresa está planificando el programa mensual de producción. El departamento de marketing requiere la producción de al menos 100 Uds. del chip C y no más de 1000 Uds. del chip A. El departamento de producción no puede producir más de 4000 chips de todos los modelos. Los productos se hacen en la "Máquina de hacer chips" la cual puede producir 20, 30 o 40 Uds. por hora de los chips A, B y C respectivamente. La máquina tiene una disponibilidad de 100 horas mensuales. El departamento de marketing requiere, además, que haya al menos el doble de Uds. del B que del C, en el programa mensual. El departamento financiero ha fijado un presupuesto máximo de 15000$ para el programa. ¿Cuántas Uds. de A, B y C debe producir la empresa?

6. Atlantic Chemical produce tres productos, A, B y C, que pueden extraerse y destilarse de tres minerales: bl, cuyo coste es de 2$ por Tm. y cuya disponibilidad mensual es de 1000 Tm.; b2, de coste 1.5$ por Tm. y su disponibilidad mensual es de 800 Tm. y b3 cuyo coste es de 1$ por Tm y su disponibilidad no tiene límites. La empresa desea determinar que cantidad de cada producto debe hacer con los minerales disponibles en vistas a maximizar su beneficio. Los requerimientos de minerales son los siguientes:

   - El producto A requiere: 5 Tm. de bl, 10 Tm. de b2, 10 Tm. de b3, por Tm. de producto.

- El producto 8 requiere: 7 Tm. de bl, 8 Tm. de b2, 5 Tm. de b3, por Tm. de producto.
- El producto C requiere: 10 Tm. de bl, 5 Tm. de b2, 0 Tm. de b3, por Tm. de producto.

Los precios de venta por Tm. son: A=150$, 8=140$, C=100$.

(a) Modelizarlo y resolverlo

7. Al resolver el siguiente problema de Programación Lineal:

$$\begin{aligned}
&\max z = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3\\
&\quad s.a.\\
&\qquad 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4^h = 60\\
&\qquad x_1 + x_2 + 3x_3 + x_5^h = 48\\
&\qquad x_i \geq 0,\ i = 1, ..., 5
\end{aligned}$$

se ha obtenido la siguiente información sobre la tabla óptima

VB	x_1	x_2	x_3	x_4^h	x_5^h	x_B
x_1						
x_2						
$z_j - c_j$			14	1	2	

Sabiendo que la base inicial estaba formada por las variables x_4^h y x_5^h:

(a) Calcular la solución óptima.

(b) Completar la tabla óptima.

(c) Hallar el valor de los costes c_1, c_2, c_3.

8. **Tabla del simplex incompleta.** Dada la siguiente tabla correspondiente a cierta iteración del método del simplex

	c_j	14	25	18	0	0	0	
$\mathbf{c}_B$	VB	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	$\mathbf{x}_B$
		5/2	0	3/4	1	-1/4	0	200
.		1/2	1	1/4	0	1/4	0	100
		0	0	-3/2	0	-1/2	1	40
	$z_j - c_j$							

se pide:

(a) Escribir las ecuaciones transformadas correspondientes a esta tabla.

(b) ¿Cuáles son las variables básicas?. Completar la tabla.

(c) Justificar si la tabla obtenida anteriormente es óptima. En caso negativo, ¿qué variable debe entrar en la base y cuál debe salir?

(d) Obtener la tabla inicial si la base original es x_4, x_5, x_6.

9. Sea el problema de programación lineal

$$\begin{cases}
\max z = 2x_1 + c_2x_2 + 3x_3\\
\quad s.a.\\
\qquad a_{11}x_1 + 3x_2 + 2x_3 = b_1\\
\qquad x_1 + 5x_2 \geq 10\\
\qquad x_i \geq 0,\ i = 1, 2, 3.
\end{cases}$$

Sean x_4^a la variable artificial introducida en la primera restricción, x_5^h la variable de holgura de la segunda restricción y x_6^a la variable artificial introducida en la segunda restricción. Al resolver el problema penalizado:

$$\begin{cases}
\max z = 2x_1 + c_2x_2 + 3x_3 - Mx_4^a - Mx_6^a\\
\quad s.a.\\
\qquad a_{11}x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4^a = b_1\\
\qquad x_1 + 5x_2 - x_5^h + x_6^a = 10\\
\qquad x_i \geq 0,\ i = 1, ..., 6
\end{cases}$$

aplicando el método de la M grande, se ha obtenido la siguiente información sobre la tabla óptima:

VB	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_B
x_1				1			
x_5				d			
$z_j - c_j$		2					

Sabiendo además que el valor óptimo de la función objetivo es 40, completar los valores de la tabla óptima.