

INVESTIGACIÓN OPERATIVA

CURSO 2008/2009

EJERCICIOS PARA ENTREGAR

SOLUCIONES SESIÓN DE PRÁCTICAS 1

▪ Ejercicio 1 página 5 del cuadernillo, apartado 1

- a) Formular los problemas en la forma estándar, introduciendo las variables de holgura y artificiales que sean necesarias.

Simplex Tableau -- Iteration 1										
Basis	C(j)	X1	X2	Slack_C1	Slack_C2	Surplus_C3	Slack_C4	Artificial_C3	R. H. S.	Ratio
Slack_C1	0	2,0000	1,0000	1,0000	0	0	0	0	230,0000	115,0000
Slack_C2	0	1,0000	2,0000	0	1,0000	0	0	0	250,0000	250,0000
Artificial_C3	-M	1,0000	0	0	0	-1,0000	0	1,0000	150,0000	150,0000
Slack_C4	0	0	1,0000	0	0	0	1,0000	0	120,0000	M
	C(j)-Z(j)	3,0000	5,0000	0	0	0	0	0	0	
	* Big M	1,0000	0	0	0	-1,0000	0	0	0	

- b) Resolver con WinQSB indicando TODAS las soluciones y el valor óptimo.

Variable -->	X1	X2	Direction	R. H. S.
Maximize	3	5		
C1	2	1	<=	230
C2	1	2	<=	250
C3	1	0	>=	150
C4	0	1	<=	120
LowerBound	0	0		
UpperBound	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous		

Problema Infactible

- c) Justificar la solución que proporciona WinQSB usando la tabla final del símplex.

La tabla final es:

		X1	X2	Slack_C1	Slack_C2	Surplus_C3	Slack_C4	Artificial_C3		
Basis	C(j)	3,0000	5,0000	0	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
X1	3,0000	1,0000	0,5000	0,5000	0	0	0	0	115,0000	
Slack_C2	0	0	1,5000	-0,5000	1,0000	0	0	0	135,0000	
Artificial_C3	-M	0	-0,5000	-0,5000	0	-1,0000	0	1,0000	35,0000	
Slack_C4	0	0	1,0000	0	0	0	1,0000	0	120,0000	
	C(j)-Z(j)	0	3,5000	-1,5000	0	0	0	0	345,0000	
	* Big M	0	-0,5000	-0,5000	0	-1,0000	0	0	0	

Variable artificial en la tabla final con valor no nulo $\Rightarrow$ Problema Infactible

▪ Ejercicio 1 página 5 del cuadernillo, apartado 2

- a) Formular los problemas en la forma estándar, introduciendo las variables de holgura y artificiales que sean necesarias.

Simplex Tableau -- Iteration 1										
Basis	C(j)	X1	X2	Surplus_C1	Surplus_C2	Slack_UB_X2	Artificial_C1	Artificial_C2	R. H. S.	Ratio
Artificial_C1	-M	2,0000	1,0000	-1,0000	0	0	1,0000	0	230,0000	230,0000
Artificial_C2	-M	1,0000	2,0000	0	-1,0000	0	0	1,0000	250,0000	125,0000
Slack_UB_X2	0	0	1,0000	0	0	1,0000	0	0	120,0000	120,0000
	C(j)-Z(j)	3,0000	5,0000	0	0	0	0	0	0	
	* Big M	3,0000	3,0000	-1,0000	-1,0000	0	0	0	0	

- b) Resolver con WinQSB indicando TODAS las soluciones y el valor óptimo.

Variable -->	X1	X2	Direction	R. H. S.
Maximize	3	5		
C1	2	1	>=	230
C2	1	2	>=	250
LowerBound	0	0		
UpperBound	M	120		
VariableType	Continuous	Continuous		

Problema No acotado. Valor óptimo = infinito.

- c) Justificar la solución que proporciona WinQSB usando la tabla final del símplex.

La tabla final es:

columna $y_j \leq 0$

Final Simplex Tableau									
	X1	X2	Surplus_C1	Surplus_C2	Slack_UB_X2	Artificial_C1	Artificial_C2	R. H. S.	Ratio
Basis	C(j)	3,0000	5,0000	0	0	0	0	0	
Surplus_C2		0	0	-0,5000	1,0000	1,5000	0,5000	-1,0000	45,0000 M
X1	3,0000	1,0000	0	-0,5000	0	0,5000	0	55,0000	M
X2	5,0000	0	1,0000	0	0	1,0000	0	120,0000	M
	C(j)-Z(j)	0	0	1,5000	0	-3,5000	-1,5000	0	765,0000
* Big M		0	0	0	0	0	-1,0000	-1,0000	0

Valor de $z_j - y_j \leq 0$ con toda la columna $y_j \leq 0$
 $\Rightarrow$ Problema Acotado

▪ Ejercicio 1 página 5 del cuadernillo, apartado 3

- a) Formular los problemas en la forma estándar, introduciendo las variables de holgura y artificiales que sean necesarias.

Simplex Tableau -- Iteration 1									
		X1	X2	Surplus_C1	Slack_C2	Slack_UB_X2	Artificial_C1		
Basis	C(j)	2,0000	4,0000	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
Artificial_C1	-M	2,0000	1,0000	-1,0000	0	0	1,0000	230,0000	115,0000
Slack_C2	0	1,0000	2,0000	0	1,0000	0	0	250,0000	250,0000
Slack_UB_X2	0	0	1,0000	0	0	1,0000	0	120,0000	M
	C(j)-Z(j)	2,0000	4,0000	0	0	0	0	0	
	* Big M	2,0000	1,0000	-1,0000	0	0	0	0	

- b) Resolver con WinQSB indicando TODAS las soluciones y el valor óptimo.

Variable -->	X1	X2	Direction	R. H. S.
Maximize	2	4		
C1	2	1	>=	230
C2	1	2	<=	250
LowerBound	0	0		
UpperBound	M	120		
VariableType	Continuous	Continuous		

Soluciones alternativas.

Solución óptima $\vec{x}^* = (70, 90)$

10:06:38		Friday	February	19	2010			
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	X1	70,0000	2,0000	140,0000	0	basic	-M	2,0000
2	X2	90,0000	4,0000	360,0000	0	basic	4,0000	M
Objective Function		(Max.) =	500,0000	(Note: Alternate Solution Exists!!)				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	C1	230,0000	>=	230,0000	0	0	140,0000	500,0000
2	C2	250,0000	<=	250,0000	0	2,0000	115,0000	295,0000

Mensaje de soluciones alternativas

Otra solución:

$\vec{x}^* = (250, 0)$ sol. óptima

	10:07:12		Friday	February	19	2010		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	250,0000	2,0000	500,0000	0	basic	2,0000	M
2	X2	0	4,0000	0	0	at bound	-M	4,0000
	Objective	Function	(Max.) =	500,0000	(Note:	Alternate	Solution	Exists!!)
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	500,0000	>=	230,0000	270,0000	0	-M	500,0000
2	C2	250,0000	<=	250,0000	0	2,0000	115,0000	M

También son soluciones todos los puntos del segmento formado por (70,90) y (250,0).

Valor óptimo=500.

c) Justificar la solución que proporciona WinQSB usando la tabla final del símplex.

La tabla final es:

La nueva solución óptima se obtiene sacando x_2 y metiendo Surplus_{C1}

Final Simplex Tableau									
Basis	C(j)	X1	X2	Surplus_C1	Slack_C2	Slack_UB_X2	Artificial_C1	R. H. S.	Ratio
X1	2,0000	1,0000	0,0000	-0,6667	-0,3333	0	0,6667	70,0000	
X2	4,0000	0,0000	1,0000	0,3333	0,6667	0	-0,3333	90,0000	
Slack_UB_X2	0	0,0000	0	-0,3333	-0,6667	1,0000	0,3333	30,0000	
	C(j)-Z(j)	0	0	0	-2,0000	0	0	500,0000	
	* Big M	0	0	0	0	0	-1,0000	0	

Valor de $z_j - c_j = 0$ en la tabla final para una variable no básica $\Rightarrow$ Soluciones Múltiples

■ Ejercicio 1 página 5 del cuadernillo, apartado 6

- a) Formular los problemas en la forma estándar, introduciendo las variables de holgura y artificiales que sean necesarias.

Simplex Table -- Iteration 1											
Basis	C(j)	X1	X2	X3	X4	Slack_C2	Slack_C3	Slack_UB_X3	Artificial_C1	R. H. S.	Ratio
Artificial_C1	-M	0	-2,0000	1,0000	1,0000	0	0	0	1,0000	0	0
Slack_C2	0	2,0000	3,0000	0	0	1,0000	0	0	0	16,0000	M
Slack_C3	0	3,0000	4,0000	0	0	0	1,0000	0	0	24,0000	M
Slack_UB_X3	0	0	0	1,0000	0	0	0	1,0000	0	5,0000	5,0000
	C(j)-Z(j)	4,0000	10,0000	3,0000	-2,0000	0	0	0	0	0	
	* Big M	0	-2,0000	1,0000	1,0000	0	0	0	0	0	

- b) Resolver con WinQSB indicando TODAS las soluciones y el valor óptimo.

Variable -->	X1	X2	X3	X4	Direction	R. H. S.
Maximize	4	10	3	-2		
C1			-2	1	=	0
C2	2	3			<=	16
C3	3	4			<=	24
LowerBound	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	5	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Soluciones alternativas.

10:11:16		Friday	February	19	2010		
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1 X1	4,2500	4,0000	17,0000	0	basic	4,0000	10,6667
2 X2	2,5000	10,0000	25,0000	0	basic	0	10,0000
3 X3	5,0000	3,0000	15,0000	0	basic	-2,0000	M
4 X4	0	-2,0000	0	0	at bound	-M	-2,0000
Objective Function	(Max.) =		57,0000	(Note: Alternate Solution Exists!!)			
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1 C1	0	=	0	0	-2,0000	-5,6667	5,0000
2 C2	16,0000	<=	16,0000	0	2,0000	7,5000	16,8333
3 C3	22,7500	<=	24,0000	1,2500	0	22,7500	M

	10/12/01		Friday	February	19	2010		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	0	4,0000	0	0	at bound	-M	4,0000
2	X2	5,3333	10,0000	53,3333	0	basic	10,0000	M
3	X3	5,0000	3,0000	15,0000	0	basic	-2,0000	M
4	X4	5,6667	-2,0000	-11,3333	0	basic	-2,0000	3,0000
	Objective Function	(Max.) =		57,0000	(Note:	Alternate Solution Exists!!)		
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	0,0000	=	0	0	-2,0000	-5,6667	M
2	C2	16,0000	<=	16,0000	0	2,0000	7,5000	18,0000
3	C3	21,3333	<=	24,0000	2,6667	0	21,3333	M

También son soluciones todos los puntos del segmento formado por (4.25, 2.5, 5, 0) y (0, 5.33, 5, 5.66).

Valor óptimo=57.

c) Justificar la solución que proporciona WinQSB usando la tabla final del símplex.

La tabla final es:

→ Sale x_1 y entra x_4 para la nueva soluc.

Final Simplex Tableau											
Basis	C(j)	X1	X2	X3	X4	Slack_C2	Slack_C3	Slack_UB_X3	Artificial_C1	R. H. S.	Ratio
X3	3,0000	0	0	1,0000	0	0	0	1,0000	0	5,0000	
X1	4,0000	1,0000	0	0	0,7500	0,5000	0	-0,7500	0,7500	4,2500	
Slack_C3	0	0	0	0	-0,2500	-1,5000	1,0000	0,2500	-0,2500	1,2500	
X2	10,0000	0	1,0000	0	-0,5000	0	0	0,5000	-0,5000	2,5000	
	C(j)-Z(j)	0	0	0	0	-2,0000	0	-5,0000	2,0000	57,0000	
	* Big M	0	0	0	0	0	0	0	-1,0000	0	

→ $z_j - c_j = 0$ en la tabla final para variable no básica $\Rightarrow$ Soluciones Múltiples

■ Ejercicio 1 página 5 del cuadernillo, apartado 7

- a) Formular los problemas en la forma estándar, introduciendo las variables de holgura y artificiales que sean necesarias.

Simplex Tableau -- Iteration 1								
Basis	C(j)	X1	X2	X3	Slack_C1	Slack_C2	R. H. S.	Ratio
Slack_C1	0	4,0000	7,0000	3,0000	1,0000	0	30,0000	30,0000
Slack_C2	0	1,0000	2,0000	2,0000	0	1,0000	45,0000	22,5000
	C(j)-Z(j)	4,0000	7,0000	3,0000	0	0	0	

- b) Resolver con WinQSB indicando TODAS las soluciones y el valor óptimo.

Variable -->	X1	X2		Direction	R. H. S.
Maximize	4	7	3		
C1	2	1	2	<=	30
C2	1	2	2	<=	45
LowerBound	0	0	0		
UpperBound	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous		

Solución única. Porque no hay mensaje de alternativas

10:16:43		Friday	February	19	2010		
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1 X1	5,0000	4,0000	20,0000	0	basic	3,5000	14,0000
2 X2	20,0000	7,0000	140,0000	0	basic	2,0000	8,0000
3 X3	0	3,0000	0	-4,3333	at bound	M	7,3333
Objective Function	(Max.) =		160,0000				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1 C1	30,0000	<=	30,0000	0	0,3333	22,5000	90,0000
2 C2	45,0000	<=	45,0000	0	3,3333	15,0000	60,0000

c) Justificar la solución que proporciona WinQSB usando la tabla final del símplex.

La tabla final es:

		X1	X2	X3	Slack_C1	Slack_C2		
Basis	C(j)	4,0000	7,0000	3,0000	0	0	R. H. S.	Ratio
X1	4,0000	1,0000	0,0000	0,6667	0,6667	-0,3333	5,0000	
X2	7,0000	0,0000	1,0000	0,6667	-0,3333	0,6667	20,0000	
	C(j)-Z(j)	0	0	-4,3333	-0,3333	-3,3333	160,0000	

Para las variables no básicas se tiene que $z_j - c_j > 0$
 $\Rightarrow$ Solución única

- Repetir el ejercicio anterior (sólo apartado 3) suponiendo que nos interesa minimizar la función objetivo en lugar de maximizar.

- Formular los problemas en la forma estándar, introduciendo las variables de holgura y artificiales que sean necesarias.

Simplex Tableau -- Iteration 1									
Basis	C(j)	X1	X2	Surplus_C1	Slack_C2	Slack_UB_X2	Artificial_C1	R. H. S.	Ratio
Artificial_C1	-M	2,0000	1,0000	-1,0000	0	0	1,0000	230,0000	115,0000
Slack_C2	0	1,0000	2,0000	0	1,0000	0	0	250,0000	250,0000
Slack_UB_X2	0	0	1,0000	0	0	1,0000	0	120,0000	M
	C(j)-Z(j)	2,0000	4,0000	0	0	0	0	0	
	* Big M	2,0000	1,0000	-1,0000	0	0	0	0	

- Resolver con WinQSB indicando TODAS las soluciones y el valor óptimo.

Variable -->	X1	X2	Direction	R. H. S.
Minimize	2	4		
C1	2	1	>=	230
C2	1	2	<=	250
LowerBound	0	0		
UpperBound	M	120		
VariableType	Continuous	Continuous		

Solución única.

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

10:20:35		Friday	February	19	2010		
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	115,0000	2,0000	230,0000	0	basic	0	8,0000
2	0	4,0000	0	3,0000	at bound	1,0000	M
Objective Function	(Min.) =		230,0000				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1 C1	230,0000	>=	230,0000	0	1,0000	0	500,0000
2 C2	115,0000	<=	250,0000	135,0000	0	115,0000	M

Valor óptimo=230.

c) Justificar la solución que proporciona WinQSB usando la tabla final del símplex.

La tabla final es:

Final Simplex Tableau									
		X1	X2	Surplus_C1	Slack_C2	Slack_UB_X2	Artificial_C1		
Basis	C(j)	2,0000	4,0000	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
X1	2,0000	1,0000	0,5000	-0,5000	0	0	0,5000	115,0000	
Slack_C2	0	0	1,5000	0,5000	1,0000	0	-0,5000	135,0000	
Slack_UB_X2	0	0	1,0000	0	0	1,0000	0	120,0000	
	C(j)-Z(j)	0	3,0000	1,0000	0	0	-1,0000	230,0000	
	* Big M	0	0	0	0	0	1,0000	0	

• Al ser problema de Minimizar, la tabla óptima se obtiene cuando $z_j - c_j \leq 0 \forall j$. Además la solución es única porque $z_j - c_j < 0$ para las variables no básicas

▪ Ejercicio 2 página 5 del cuadernillo:

a) Formular adecuadamente indicando las variables de decisión, restricciones y función objetivo.

Variable -->	X1	X2	X3	X4	Direction	R. H. S.
Maximize	5	6.5	5	5.5		
C1	2	2	1.5	4	<=	180
C2	2	2.5	2	1.5	<=	230
C3	0.0667	0.0334	0.1	0.0667	<=	7
LowerBound	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

b) Resolver usando WinQSB.

Solución única.

Solución óptima $\vec{x}^* = (0, 60, 40, 0)$
 Valor óptimo $z^* = 590$

10:24:58	Friday	February	19	2010			
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1 X1	0	5,0000	0	-1,0000	at bound	-M	6,0000
2 X2	60,0000	6,5000	390,0000	0	basic	6,3261	6,6667
3 X3	40,0000	5,0000	200,0000	0	basic	4,8750	5,1429
4 X4	0	5,5000	0	-4,0000	at bound	-M	9,5000
Objective	Function	(Max.)	590,0000				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1 C1	180,0000	<=	180,0000	0	2,0000	178,6408	184,0000
2 C2	230,0000	<=	230,0000	0	1,0000	225,0000	231,6611
3 C3	6,0040	<=	7,0000	0,9960	0	6,0040	M

c) Para la solución óptima, ¿se consume toda la materia prima disponible? Sí, la holgura de la primera restricción es cero

¿se ocupa todo el espacio disponible? Sí, la holgura de la segunda restricción es cero

¿se consumen todas las horas disponibles para producción? No, la holgura de la tercera restricción NO es cero