Dpto. Matemática Aplicada y Estadística

Titulación: **Ingeniero en Organización Industrial**
Asignatura: **Investigación Operativa**
Curso: **2007/2008**
EXAMEN FINAL SEPTIEMBRE 2008

1. **(2.5 puntos)** Una determinada empresa elabora cuatro tipos de piensos para animales (P_i, $i = 1, ..., 4$). La empresa dispone, cada mes, de 4500 horas de mano de obra y de 4000 sacos de materia prima. La siguiente tabla muestra el tiempo y materia prima requeridos para la elaboración de un kilo de cada tipo de pienso, así como los beneficios unitarios:

	P_1	P_2	P_3	P_4
Tiempo (horas)	0.1	0.3	0.8	0.4
Materia prima (sacos)	0.2	0.1	0.1	0.3
Beneficios (euros)	1	1	4	3

La compañía desea determinar el número de kilos de cada tipo de pienso que deben producir para maximizar sus beneficios.

Se sabe que la tabla óptima viene dada por:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5^h	x_6^h	x_B
x_4	0	1	k	1	4	-2	10000
x_1	1	-1	-4	0	-6	8	d
$z_j - c_j$	0	1	1	0	6	2	35000

donde x_i representa los kilos de pienso P_i fabricados, $i = 1, ..., 4$.

(a) Determina los valores de los parámetros k y d que faltan en la tabla óptima. **(0.5 puntos)**

(b) Según la tabla óptima, sólo interesa fabricar los piensos P_1 y P_4 con el fin de maximizar beneficios. ¿Entre qué valores puede oscilar el recurso "materia prima" de manera que se mantenga dicha situación? **(0.75 puntos)**

(c) Determina la solución óptima si la materia prima mensual disponible asciende a 5000 sacos. **(0.5 puntos)**

(d) ¿Cuál debe ser al menos el beneficio del pienso P_3 para que sea interesante fabricarlo? Resuelve el problema para dicho valor del beneficio **(0.75 puntos)**

2. **(2 puntos)** Dado el problema de programación lineal

$$\begin{cases} \max z = -4x_1 + 3x_2 \\ \quad s.a. \\ \quad\quad -2x_1 + 3x_2 \leq 18 \\ \quad\quad -5x_1 + 3x_2 \leq 35 \\ \quad\quad x_1 - x_2 \geq -7 \\ \quad\quad x_1 \leq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

(a) Escribir su problema dual y comprobar que ambos problemas tienen valor óptimo finito, utilizando para ello las relaciones de dualidad. **(0.75 puntos)**

(b) Comprobar, aplicando las condiciones de holgura complementaria, si $x_1 = -3$, $x_2 = 4$ es o no solución óptima del problema primal. **(1.25 puntos)**

3. **(3 puntos)** Una cadena de supermercados pretende abrir nuevas tiendas en una gran ciudad. Tras un estudio de la disponibilidad de locales, se considera que hay 4 posibles emplazamientos para la ubicación de las tiendas. La siguiente tabla muestra los costes de inversión y rentabilidades (en millones) para cada uno de los emplazamientos:

Emplazamientos	Coste de Inversión	Rentabilidad
Lugar 1	12	9
Lugar 2	10	6.5
Lugar 3	18	12.5
Lugar 4	20	11

Además se tienen los siguiente condicionantes: se podrá ubicar una tienda en el "Lugar 2" sólo si se ha ubicado otra en el "Lugar 1", se podrá ubicar una tienda en el "Lugar 3" sólo si se ha ubicado otra en el "Lugar 2" y se debe ubicar obligatoriamente una tienda en el "Lugar 4" si se ha colocado otra en el "Lugar 2". La empresa desea maximizar la rentabilidad total de sus inversiones, disponiendo de un presupuesto total de 40 millones para realizarlas.

Formula el problema correspondiente y resuélvelo por un algoritmo adecuado a este tipo de problemas.

4. **(2.5 puntos)** Desde un almacén regional, se hacen entregas diarias a cuatro tiendas mediante un camión. Los tiempos necesarios (en minutos) por el transportista para ir de una tienda a otra, así como del almacén a cada una de las tiendas vienen dados en la siguiente tabla

	Almacén	Tienda 1	Tienda 2	Tienda 3	Tienda 4
Almacén	-	85	25	60	70
Tienda 1	85	-	40	30	20
Tienda 2	25	40	-	25	30
Tienda 3	60	30	25	-	15
Tienda 4	70	20	30	15	-

(a) Se desea determinar el camino más corto (en tiempo) desde el almacén a cada una de las tiendas. Dibuja el grafo correspondiente y resuelve el problema mediante el algoritmo que consideres más adecuado. **(1.5 ptos)**

(b) El transportista necesita 15 minutos para descargar en cada tienda. Se desea determinar si, partiendo del almacén, el conductor del camión puede hacer todas las entregas y regresar al almacén en 4 horas, teniendo en cuenta que sólo puede pasar una vez por cada tienda y no podrá pasar por el almacén hasta que haya finalizado el reparto. ¿Qué métodos conoces que proporcionen soluciones aproximadas? Resuelve el problema con uno de dichos métodos. **(1 pto)**