



1. **(3.5 puntos)** Una planta química fabrica dos productos  $A_1$  y  $A_2$  con dos materias primas  $M_1$  y  $M_2$ . La siguiente tabla muestra los consumos (en kg) de materia prima por kg de producto fabricado, sus disponibilidades y beneficios de  $A_1$  y  $A_2$  (por kg):

	$A_1$	$A_2$	Disponibilidad
$M_1$	2	5	4000
$M_2$	2	3	4800
Beneficios (euros)	2	4	

La compañía desea determinar el número de kilos de los productos  $A_1$  y  $A_2$  que deben producir para maximizar sus beneficios.

- (a) Formula los problemas primal y dual. Proporciona una cota inferior y una cota superior para el valor óptimo de ambos problemas. Justifica tu respuesta. **(0.5 puntos)**

Se sabe que la tabla óptima viene dada por:

	$x_1$	$x_2$	$x_3^h$	$x_4^h$	$x_B$
$x_1$	1	5/2	1/2	0	2000
$x_4^h$	0	-2	-1	1	800
$z_j - c_j$	0	1	1	0	

donde  $x_i$  representa los kilos de producto  $A_i$  fabricados,  $i = 1, 2$ .

- (b) ¿Para qué valores del beneficio del producto  $A_1$  la solución anterior se mantiene óptima? **(0.5 puntos)**
- (c) ¿Cuál debe ser al menos el beneficio del producto  $A_2$  para que sea interesante fabricarlo? Resuelve el problema para dicho valor del beneficio **(0.75 puntos)**
- (d) Determina la solución óptima del dual a partir de la solución del primal usando holguras complementarias. **(0.75 pts)**
- (e) Debido a la huelga de transportes, para el próximo mes las disponibilidades de materias primas  $M_1$  y  $M_2$  se verán reducidas a 3800 y 4500, respectivamente. Suponiendo que esta modificación no varía la base óptima, determina cuál será el beneficio que obtendrá la compañía sin resolver nuevamente el problema. Razona tu respuesta. **(0.5 puntos)**
- (f) Determina la solución óptima cuando las disponibilidades de materias primas  $M_1$  y  $M_2$  son de 3800 y 3500, respectivamente **(0.5 puntos)**

2. **(3 puntos)** Una cadena de supermercados pretende abrir nuevas tiendas en una gran ciudad que está dividida en 5 distritos. Tras un estudio de la disponibilidad de locales, se considera que hay 4 posibles emplazamientos para la ubicación de las tiendas. La siguiente tabla muestra los distritos que se cubren por cada emplazamiento así como las rentas anuales esperadas para cada uno de los supermercados emplazados.

Distrito	E1	E2	E3	E4
1	x		x	
2	x			
3		x	x	
4		x		x
5	x		x	x
Beneficio	36	39	44	41

Se pretende determinar el plan de emplazamiento de mayor beneficio de manera que cada distrito se cubra a lo sumo por un supermercado, pudiendo quedar distritos sin cubrir. Formula y resuelve el problema usando un algoritmo adecuado a este tipo de problemas.

3. **(3.5 puntos)** Un proyecto de construcción está formado por 9 actividades cuyas duraciones se consideran variables aleatorias. La estimación de tiempos (en semanas) y relaciones de precedencia para cada actividad se detallan a continuación:

Actividades	Precedencias	Tiem. optimista	Tiem. más probable	Tiem. pesimista
A	-	3	6	9
B	-	1	3	5
C	A	5	5	5
D	A	4	6	7
E	B	8	10	12
F	B	4	9	14
G	C	5	5	5
H	D,E,G	2	3	4
I	F	2	8	14

- (a) Dibuja la red del proyecto. **(0.5 puntos)**
- (b) Determina el camino crítico, tiempo medio de realización del proyecto y su varianza. **(1 punto)**
- (c) ¿Cuál es la probabilidad de que el proyecto se termine en menos de 18 semanas? ¿y en 22 semanas o más? **(0.5 puntos)**
- (d) Se desea firmar un contrato que especifique el tiempo de completación del proyecto, de modo que haya una probabilidad del 95% de cumplir la fecha deseada, ¿qué duración debería especificarse en el contrato? **(0.75 puntos)**
- (e) Supongamos que el tiempo pactado de entrega del proyecto es de 21 semanas. Si el proyecto se retrasa de esa fecha, se incurrirá en una penalización de 6000 euros. Nos proponen renegociar el contrato, retrasando la fecha de entrega una semana, pero este cambio supone un coste de 1200 euros. ¿Interesa renegociar el contrato? **(0.75 puntos)**