



NOTA: En todos los apartados debes justificar los procedimientos utilizados

1. **(4 puntos)** Una planta química fabrica dos productos P_1 y P_2 con dos materias primas M_1 y M_2 . La siguiente tabla muestra los consumos (en kg) de materia prima por kg de producto fabricado, sus disponibilidades y beneficios de P_1 y P_2 (por kg):

	P_1	P_2	Disponibilidad
M_1	2	1	4
M_2	1	2	6
Beneficios (euros)	3	2	

La compañía desea determinar las cantidades de los productos P_1 y P_2 que deben producir para maximizar sus beneficios.

Se sabe que la tabla óptima viene dada por:

	x_1	x_2	x_3^h	x_4^h	x_B
x_1	1	0	$2/3$	$-1/3$	a
x_2	0	1	b	$2/3$	$8/3$
$z_j - c_j$	0	0	$4/3$	$1/3$	

donde x_i representa los kilos de producto P_i fabricados, $i = 1, 2$.

- Formula el problema y calcula los datos que faltan (a y b). **(0.5 ptos)** (usar $a = 2/3$, $b = -1/3$ para los siguientes apartados).
- Se sabe que los beneficios de los productos 1 y 2 están sujetos a variación, de manera que cuando aumenta el beneficio del producto 1, el beneficio del producto 2 disminuye en la misma cantidad. Determina todas las soluciones del problema para beneficios positivos. **(1.5 ptos)**
- Determina todas las soluciones del problema para valores del recurso $M_2 \in [3, 50]$. **(0.8 ptos)**
- Formula el problema dual. Determina la solución óptima del dual a partir de la solución del primal usando holguras complementarias. **(0.7 ptos)**
- Estamos pensando en adquirir un poco más de materia prima para aumentar nuestra producción y por tanto nuestros beneficios. ¿Interesa adquirir materia prima M_1 adicional a coste cero? Por otra parte, nos ofrecen una partida de 4 unidades adicionales de materia prima M_2 por 1 u.m., ¿aceptarías la oferta? Razona tus respuestas. **(0.5 ptos)**

2. **(3 puntos)** Una empresa puede llevar a cabo hasta 4 proyectos mesualmente. Para la realización de cada proyecto se necesitan 2 recursos en las cantidades que muestra la siguiente tabla, donde también aparece la disponibilidad de cada recurso y el beneficio que reportará cada proyecto:

	Proyecto 1	Proyecto 2	Proyecto 3	Proyecto 4	Disponibilidad
Recurso 1	2	2	1	3	12
Recurso 2	7	8	9	5	20
Beneficio	3	4	6	5	

Algunos proyectos no tiene sentido ejecutarlos si no se han realizado otros anteriormente. La tabla de precedencias para cada proyecto es la siguiente:

	Proyecto 1	Proyecto 2	Proyecto 3	Proyecto 4
Precedencias	-	-	P1 y P4	P1 y P2

Se desea determinar qué proyectos desarrollar el próximo mes con el fin de maximizar beneficios. Formula el problema (indicando las variables de decisión, objetivo y restricciones) y resuélvelo usando el algoritmo más adecuado a este tipo de problemas.

3. **(3 puntos)** Una empresa de reciclados (papel, vidrio, plásticos, etc.) desea planificar la ruta de sus empleados. Uno de ellos se encargará de la recogida de plásticos en la zona Norte de la comarca, que cuenta con 4 "puntos limpios" para residuos no orgánicos. Las distancias (km) entre los "puntos limpios" y desde éstos a la empresa aparecen en la siguiente tabla:

	Empresa	Punto 1	Punto 2	Punto 3	Punto 4
Empresa	-	75	15	50	60
Punto 1	75	-	30	20	10
Punto 2	15	30	-	15	20
Punto 3	50	20	15	-	5
Punto 4	60	10	20	5	-

- (a) Se desea determinar la ruta óptima del empleado, que partiendo de la empresa debe recoger los plásticos de los 4 puntos limpios y volver a la empresa de reciclados (pasando una única vez por cada punto).
- Indica de qué tipo de problema se trata. Comenta brevemente qué métodos de resolución (exacto y aproximados) podemos usar. **(0.5 ptos)**
 - Resuelve el problema con uno de dichos métodos, indicando la distancia total recorrida. **(0.75 ptos)**
 - El camión de recogida dispone de combustible para recorrer 115 km, ¿podrá el empleado realizar su trabajo sin repostar? Justifica la respuesta. **(0.25 ptos)**
- (b) Supongamos ahora que en cada punto limpio se prevee una cantidad de plásticos igual a la capacidad del camión de recogida, de manera que el empleado debe volver a la empresa después de cada recogida. Determina en este caso la ruta óptima, represéntala en un grafo e indica la distancia total recorrida por el empleado. (Resuelve el problema mediante el algoritmo más adecuado). **(1.5 ptos)**