Dpto. Matemática Aplicada y Estadística

Titulación**: Ingeniero en Organización Industrial**
Asignatura: **Investigación Operativa**
Curso: **2007/2008**
EXAMEN FINAL FEBRERO 2008

1. **(3.25 puntos)** Una planta química fabrica dos productos A_1 y A_2 con dos materias primas M_1 y M_2. La siguiente tabla muestra los consumos (en kg) de materia prima por kg de producto fabricado, sus disponibilidades y beneficios de A_1 y A_2 (por kg):

	A_1	A_2	*Disponibilidad*
M_1	2	5	4000
M_2	2	3	4800
Beneficios (euros)	2	4	

La compañía desea determinar el número de kilos de los productos A_1 y A_2 que deben producir para maximizar sus beneficios.

Se sabe que la tabla óptima viene dada por:

	x_1	x_2	x_3^h	x_4^h	x_B
x_1	1	5/2	1/2	0	2000
x_4^h	0	-2	-1	1	800
$z_j - c_j$	0	1	1	0	

donde x_i representa los kilos de producto A_i fabricados, $i = 1, 2$.

   (a) Determina todas las soluciones del problema si los beneficios son de la forma $(2, 4) + \lambda(2, 2)$, con $\lambda \geq -1$. **(1 pto)**

   (b) Determina todas las soluciones del problema para valores del recurso $M_1 \in [0, 6000]$. ¿Cuál sería la solución óptima si disponemos de 5000 unidades de materia prima M_1? **(1 pto)**

   (c) Formula el problema dual. Determina la solución óptima del dual a partir de la solución del primal usando holguras complementarias. **(0.75 ptos)**

   (d) Nos ofrecen una partida de 500 unidades adicionales de materia prima M_1 por 300 euros. ¿Aceptarías la oferta? ¿Y una partida de 1000 unidades adicionales de M_1 por 1000 euros? **(0.5 ptos)**

2. **(1.25 ptos)** Resuelve mediante un algoritmo adecuado el siguiente problema de programación binaria:

$$\begin{cases} \max z = -3x_1 + 4x_2 + x_3 - 2x_4 \\ \quad s.a. \\ \quad\quad x_1 + x_2 - 3x_3 + +2x_4 \leq 4 \\ \quad\quad -4x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \leq -1 \\ \quad\quad x_1 + 2x_2 + x_4 \leq 3 \\ \quad\quad x_i \in \{0, 1\},\ i = 1, ..., 4 \end{cases}$$

3. **(0.75 ptos)** Hexxon Oil Company tiene una refinería localizada en Newark. La gasolina refinada es enviada desde allí a tanques de almacenamiento en Filadelfia a través de una red de oleductos con estaciones de bombeo en Sayerville, Easton, Trenton, Bridgewater y Allentown. El oleoducto está construido en segmentos que conectan parejas de estas ciudades. A lo largo de cada segmento existe un número máximo de galones por hora que pueden enviarse y que vienen reflejados en la siguiente tabla

DE	A	CAPACIDAD
Newark	Sayerville	150000
Sayerville	Trenton	125000
Trenton	Filadelfia	130000
Newark	Bridgewater	80000
Sayerville	Bridgewater	60000
Bridgewater	Easton	100000
Easton	Allentown	75000
Easton	Trenton	50000
Allentown	Filadelfia	90000

Formula un problema de programación lineal para determinar el número máximo de galones de gasolina por hora que pueden enviarse, a través de la red de oleoductos, desde Newark hasta los tanques de almacenamiento de Filadelfia.

4. **(1.75 ptos)** Desde un almacén regional, se hacen entregas diarias a cuatro tiendas mediante un camión. Los tiempos necesarios (en minutos) por el transportista para ir de una tienda a otra, así como del almacén a cada una de las tiendas vienen dados en la siguiente tabla

	Almacén	Tienda 1	Tienda 2	Tienda 3	Tienda 4
Almacén	-	85	25	60	70
Tienda 1	85	-	40	30	20
Tienda 2	25	40	-	25	30
Tienda 3	60	30	25	-	15
Tienda 4	70	20	30	15	-

   (a) Se desea determinar el camino más corto (en tiempo) desde el almacén a cada una de las tiendas. Dibuja el grafo correspondiente y resuelve el problema mediante el algoritmo que consideres más adecuado. **(1 pto)**

   (b) El transportista necesita 15 minutos para descargar en cada tienda. Se desea determinar si, partiendo del almacén, el conductor del camión puede hacer todas las entregas y regresar al almacén en 4 horas, teniendo en cuenta que sólo puede pasar una vez por cada tienda y no podrá pasar por el almacén hasta que haya finalizado el reparto. ¿Qué métodos conoces que proporcionen soluciones aproximadas? Resuelve el problema con uno de dichos métodos. **(0.25+0.5 ptos)**