1

SOLUCIONES PRÁCTICAS I.O.

SEPTIEMBRE 2009

PROB. 1

a)

x_1 = "N.º de días que se trabaja en la mina A"

x_2 = "N.º " " " " " B"

x_3 = "N.º " " " " " C"

$$\left.\begin{aligned} \text{Min } z &= 200x_1 + 300x_2 + 250x_3 \\ \text{s.a.} \quad & x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 60 \\ & 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 \geq 120 \\ & 6x_1 + 2x_2 + 5x_3 \geq 150 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}\right\}$$

Resolvemos con WinQSB y obtenemos:

$\vec{X}^* = (20, 20, 0)$, $z^* = 10.000$

Hay que trabajar 20 días en la mina A y 20 días en la mina B. En la mina C no se trabaja.

b) Según el enunciado, los costes de funcionamiento varían según el vector de perturbaciones:

$$\vec{c}_0 = (0, 1, -1)$$

Por tanto, resolveremos el problema paramétrico ~~Min z =~~ con vector de costes:

$$\vec{C}_{nuevo} = (200, 300, 250) + \lambda (0, 1, -1)$$

para los valores de λ que den costes positivos.

$$\left.\begin{array}{ll} 200 + 0 \cdot \lambda \geq 0 & \text{siempre} \\ 300 + 1 \cdot \lambda \geq 0 \iff & \lambda \geq -300 \\ 250 - 1 \cdot \lambda \geq 0 \iff & \lambda \leq 250 \end{array}\right\} \iff \forall \lambda \in [-300, 250]$$

Realizamos un análisis paramétrico con WinQSB usando el vector de perturbaciones $\vec{c}_0 = (0, 1, -1)$ y con $\lambda \in [-300, 250]$, partiendo del problema del apartado (a).

Obtenemos los siguientes resultados:

- $\forall \lambda \in [-200, 57'1429]$, la solución óptima es $\vec{x}^* = (20, 20, 0)$

- $\forall \lambda \in [57'1429, 66'\hat{6}]$, la solución óptima es

$$\vec{x}^* = (0, 15, 30)$$

- $\forall \lambda \in [66'\hat{6}, 250]$, la solución óptima es:

$$\vec{x}^* = (0, 0, 60)$$

- $\forall \lambda \in [-233'\hat{3}, -200]$, la sol. óptima es:

$$\vec{x}^* = (15, 30, 0)$$

- $\forall \lambda \in [-300, -233'\hat{3}]$, la sol. óptima es:

$$\vec{x}^* = (0, 75, 0)$$

<u>NOTA</u>: En los extremos de los intervalos anteriores hay soluciones múltiples que se corresponden con los ptos del segmento que unen las dos soluciones correspondientes.

$\boxed{\text{PROB 2}}$

Resuelto en Examen Septiembre 2008

$\boxed{\text{PROB 3}}$

x_1 = "Nº de transistores tipo T_1 a fabricar" (Entera)

x_2 = "Nº " " " T_2 a fabricar" (Entera)

⊛ Restricciones rígidas:

(RR1) : $60x_1 + 40x_2 \leq 12000$ (Disponibilidad Aluminio)

(RR2) : $120x_1 + 60x_2 \leq 18000$ (Disp. Selenio)

⊛ PROBLEMA META 1 : $\boxed{(RM1) : x_1 + x_2 - d_1^+ + d_1^- = 200}$

~~(RM1a) : $x_1 - d_1^+ + d_1^- = 90$~~

~~(RM1b) : $x_2 - d_2^+ + d_2^- = 110$~~

$$(P1) \begin{cases} \text{Min } z_1 = d_1^- \\ \text{s.a. } (RR1) \\ \quad (RR2) \\ \quad (RM1) \\ x_1, x_2 \geq 0 \text{ ENTERAS} \end{cases}$$

Obsérvese que las variables de decisión x_1, x_2 son enteras porque representan el nº de transistores a fabricar. Sin embargo, podemos resolver el problema con variables continuas y comprobar que la solución proporcionada es entera.

· Resolvemos el problema (P1) con WinQSB y obtenemos:

$$z_1^* = 0 \Rightarrow d_1^- = 0 \Rightarrow$$ Sí se alcanza la META 1.

Además hay soluciones múltiples enteras.

- PROBLEMA META 2 :

$$(RM2): \quad 30x_1 + 24x_2 - d_2^+ + d_2^- = 3600$$

$$(P2) \left\{ \begin{array}{ll} \text{Min} & z_2 = d_2^+ \\ \text{s.a.} & (RR1) \\ & (RR2) \\ & (RM1) \\ & d_1^- = 0 \\ & (RM2) \\ & x_1, x_2 \geq 0, \text{ enteras} \end{array} \right.$$

Si resolvemos con WinQSB obtenemos:

$z_2^* = 1200 \Rightarrow$ <u>NO</u> se alcanza la Meta 2.

La única solución, además entera, es:

$\overline{x}^{2*} = (0, 200) \longrightarrow$ $\boxed{\text{Fabricar 200 unidades de transistores } T_2 \text{ y ninguno de tipo } T_1.}$

⊛ <u>PROBLEMA META 3</u>: Como la única solución al problema de la Meta 2 es $\overline{x}^{1*} = (200, 0)$, basta con evaluar si dicha solución cumple o no la 3ª meta.

Contaminación emitida $= 2 \times 0 + 10 \times 200 = 2000$

$\Rightarrow$ <u>No</u> se cumple la META 3.

<u>Resumen</u>: Debemos fabricar 200 unidades de transistores T_2 y ninguno de tipo T_1, ~~cu~~ cumpliéndose sólo la META 1.

b) Si la contaminación emitida no puede superar 1600 mg bajo pena de cierre, ésta se convierte en una RESTRICCIÓN RÍGIDA y no es una meta.

La nueva restricción rígida es:

$$(RR3): \; 2x_1 + 10x_2 \leq 1600$$

El problema se reformula de la siguiente forma:

* PROB. META 1:

$$(P1) \left\{ \begin{array}{l} \text{Min } \; z_1 = d_1^- \\ \text{s.a.} \quad (RR1) \\ \qquad (RR2) \\ \qquad (RR3) \\ \qquad (RM1) \\ x_1, x_2 \geq 0, \text{ enteras} \end{array} \right.$$

La solución es: $z_1^* = 0 \Rightarrow d_1^- = 0 \Rightarrow$ Sí se alcanza la META 1. Además hay soluciones múltiples enteras.

⊛ PROB. META 2 :

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Min } z_2 = d_2^+ \\ \text{s.a.}\quad (RR1) \\ \quad (RR2) \\ \quad (RR3) \\ \quad (RM1) \\ \quad d_1^- = 0 \\ \quad (RM2) \end{array}\right.$$

$$x_1, x_2 \geq 0, \text{ enteras}$$

La solución única es:

$z^* = 1500$, $\vec{x}^* = (50, 150)$

$\boxed{\text{Fabricar 50 de } T_1 \text{ y 150 de } T_2}$

No se cumple la META 2.