



- Como resultado del proceso de producción, una fábrica de acero emite tres tipos de contaminantes a la atmósfera: partículas, óxido sulfúrico, e hidrocarburos. Las fuentes de contaminación son dos: los altos hornos para producir hierro y los hornos abiertos para convertir el hierro en acero. De acuerdo con las decisiones gubernamentales la fábrica tiene que reducir la emisión de los contaminantes como se indica a continuación:

Contaminante	Reducción requerida (en toneladas)
Partículas	60
Óxido sulfúrico	150
Hidrocarburos	125

Para reducir la emisión, los ingenieros proponen tres siguientes medidas cuyos costes de aplicación vienen reflejados en la siguiente tabla (en miles de euros):

	Chimeneas más altas	Utilizar filtros chimeneas	Utilizar filtros combustibles
Altos hornos	8	7	11
Hornos Abiertos	10	6	9

Con estas medidas, aplicadas a cada uno de los hornos, se consigue eliminar anualmente las cantidades de los contaminantes en la medida especificada en la siguiente tabla (en toneladas):

	Chimeneas más altas		Utilizar filtros chimeneas		Utilizar filtros combustibles	
Contaminantes	Altos hornos	Hornos Abiertos	Altos hornos	Hornos Abiertos	Altos hornos	Hornos abiertos
Partículas	12	9	25	20	17	13
Oxido sulfúrico	35	42	18	31	46	59
Hidrocarburos	37	53	28	34	29	20

Plantear el problema correspondiente con el fin de determinar un plan óptimo que, aplicando las medidas expuestas en los hornos emisores, consiga la reducción de la polución con el menor costo posible. (1 punto)

- Al resolver el siguiente problema de programación lineal

$$\begin{aligned}
 &\text{Maximizar} && x_1 - 3x_2 + 2x_3 \\
 &\text{Sujeto a} && 3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 5 \\
 &&& x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 6 \\
 &&& x_j \geq 0
 \end{aligned}$$

se ha obtenido la siguiente tabla óptima:

	x_1	x_2	x_3	x_4^h	x_5^h	b
x_1	1	$-1/7$	0	$3/7$	$-2/7$	$3/7$
x_3	0	$5/7$	1	$-1/7$	$3/7$	$13/7$
	0	$30/7$	0	$1/7$	$4/7$	$29/7$

Resuelve los siguientes apartados de forma **INDEPENDIENTE**:

- Calcula la solución si $c_3 = 2$ se cambia por $c'_3 = -1$. **(0.5 puntos)**
 - Determinar el rango de variación para c_2 , de tal manera que se mantiene óptima la solución actual. **(0.5 puntos)**
 - Obtener todas las soluciones del problema primal si perturbamos el vector recursos de la siguiente manera: $b^* = (5, 6) + \lambda (1, -1)$ con $\lambda \in [-1, 1]$. **(1 punto)**
 - Plantea y resuelve su problema dual utilizando holguras complementarias e interpretar los resultados obtenidos para las variables duales. **(0.75 puntos)**
3. Un armador tiene un carguero con capacidad de hasta 250 toneladas. El carguero transporta contenedores de diferentes pesos para una determinada ruta. La siguiente tabla muestra el peso y el beneficio estimado para cada uno de los 5 contenedores que se pueden cargar en dicha ruta:

Contenedor	C1	C2	C3	C4	C5
Beneficio (u.m.)	3	3	1	2	2
Peso (ton.)	80	75	60	75	50

Determinar, utilizando el método de ramificación y acotación que estimes más adecuado, qué contenedores deben de ser cargados con el fin de obtener el máximo beneficio, sabiendo que por necesidades de la carga el número mínimo de contenedores que se deben cargar es de 3. **(1 punto)**

4. El proyecto OMEGA, cuyo objetivo es el lanzamiento de un nuevo producto al mercado, consta de las actividades indicadas en la tabla siguiente, donde también se indican sus precedentes, y sus duraciones en semanas (optimista, pesimista y más probable):

Actividad		Precedentes	Duración (en semanas)		
			Optimista	Más probable	Pesimista
A	Compra de las materias primas	-	1	2	3
B	Producción del stock inicial	A	2	4	6
C	Envasado del stock inicial	B, H	0	1	2
D	Estudio del mercado	-	3	6	9
E	Estudio de la campaña de publicidad	G	2	3	4
F	Realización de la campaña de publicidad	E	3	5	7
G	Estudio y diseño de los envases	D	1	2	3
H	Preparación de los envases	G	1	2	3
I	Selección del equipo de vendedores	D	1	3	5
J	Entrenamiento del equipo de vendedores	I	3	4	5
K	Selección de los posibles distribuidores	D	2	3	4
L	Venta a los distribuidores	J, K	3	5	7
M	Envío de los primeros pedidos	C, L, F	1	2	3

(a) Determinar la red asociada al proyecto así como los tiempos promedio y varianzas asociadas a cada actividad. **(0.5 puntos)**

(b) Determinar el calendario detallado si el proyecto comenzó el 1-junio-2004 (fechas de comienzo más tempranas y más tardías, y fechas de finalización más tempranas y más tardías). **(0.25 puntos)**

(c) ¿Qué actividades se pueden retrasar 2 semanas sin que se vea afectada la duración total del proyecto?. Determinar si es posible terminar el proyecto con 2 semanas de antelación acelerando una única actividad y en caso afirmativo determinar la actividad, o actividades en el caso de que exista más de una solución, que deben acelerarse. **(0.5 puntos)**

5. Una compañía fabrica dos productos que requieren recursos P y Q. La gerencia quiere determinar cuántas unidades de cada producto fabricar. Para cada unidad del producto 1 se requieren 3 unidades del recurso P y 2 unidades del recurso Q. Para cada unidad del producto 2 se requieren 1 unidad de recurso P y 3 del recurso Q. Cada unidad del producto 1 da una ganancia de 1 u.m. y cada unidad de producto 2, una ganancia de 2 u.m. La compañía tiene 200 unidades del recurso P y 300 del Q. Por otro lado, la fabricación de una unidad de producto 1 genera 3 Kg de residuos, mientras que la fabricación de productos 2 genera 4 Kg de residuos por unidad.

El departamento financiero ha establecido que, para que las instalaciones se rentabilicen, se debe fabricar un total de, al menos, 80 unidades.

(a) Formular el problema multiobjetivo correspondiente con el fin de maximizar el beneficio minimizando la cantidad de residuos y acotar la solución de ambos problemas **(0.25 puntos)**.

(b) Obtener la solución que se tiene por el método de las ponderaciones, sabiendo que la tabla óptima para el problema que tiene por función objetivo la maximización del beneficio, es:

	x_1	x_2	x_3^h	x_4^h	x_5^h	x_6^a	
x_3^h	7/3	0	1	-1/3	0	0	100
x_5^h	-1/3	0	0	1/3	1	-1	20
x_2	2/3	1	0	1/3	0	0	100
	1/3	0	0	2/3	0	M	

(1.25 puntos)