



Dpto. Matemática Aplicada y Estadística

Investigación Operativa
Ingeniero en Organización Industrial
18 de Junio de 2004

1. Una determinada empresa produce dos tipos de materiales (P1 y P2) a partir de la mezcla de tres materias primas diferentes (M1, M2 y M3) que contienen 3 componentes estructurales (C1, C2 y C3). Las especificaciones técnicas dicen que cada uno de los tres materiales producidos deben contener el % de componente estructural dado en la siguiente tabla:

	C1	C2	C3
P1	$\geq 45\%$	$\leq 15\%$	$\geq 10\%$
P2	$\geq 30\%$	$\leq 30\%$	$\geq 15\%$

El porcentaje de estas componentes en cada una de las materias primas viene dado en la siguiente tabla:

	C1	C2	C3
M1	60%	15%	10%
M2	45%	30%	10%
M3	30%	10%	30%

Los costes asociados a cada Kg. de materia prima son 350, 400 y 450 euros respectivamente. Se sabe que la disponibilidad presupuestaria para la adquisición de materias primas es de 60 mil euros y que la disponibilidad de las materias primas 2 y 3 es de 3000 y 7000 kg. respectivamente (la materia prima 1 es ilimitada). Por otro lado la demanda del mercado obliga a producir al menos 2000 y 2500 kg. respectivamente de los productos P1 y P2. Determinar un PPL que permita resolver el problema anterior sabiendo que el objetivo que se plantea la empresa es producir la máxima cantidad de producto, es decir, maximizar la cantidad producida en total). **(0.75 puntos)**

2. Una determinada empresa fabrica 3 productos a granel. Cada producto necesita materia prima, pasar por la línea de producción y pasar por la línea de refinado. Entonces, teniendo en cuenta la información que se presenta en la siguiente tabla, y que el objetivo es maximizar la ganancia semanal :

Recurso	P1	P2	P3	Disponibilidad
Materia prima	8	6	1	48
Horas línea de producción	4	2	1.5	20
Horas línea de acabado	2	1.5	0.5	8
Beneficio	60	30	20	

- (a) Formular el problema correspondiente y realice las dos primeras iteraciones del algoritmo del simplex. **(0.75 puntos)**
- (b) Determinar el rango de variación para c_3 (el beneficio del producto 3), de tal manera que se mantiene óptima la solución actual. **(0.25 puntos)**
- (c) Si el beneficio del producto 1 es 70, demuestre que la solución óptima incluirá la producción de este producto. **(0.25 puntos)**
- (d) Si se dispusieran de 10 horas en la línea de acabado, ¿cuál sería el ingreso esperado de la empresa? **(0.25 puntos)**
- (e) Formular el problema dual **(0.25 puntos)**
- (f) Obtener a partir del teorema de holguras complementarias la solución del dual. **(0.5 puntos)**
- (g) Obtener todas las soluciones del problema primal si perturbamos el vector recursos de la siguiente manera: $b^* = (48, 20, 8) + \lambda (1, -2, 1)$ con $\lambda \in [0, 2]$. **(0.5 puntos)**

3. El consejo directivo de una determinada empresa está estudiando la posibilidad de realizar algunas inversiones. En la actualidad puede elegir entre 5 proyectos que difieren entre sí en la utilidad esperada y el capital necesario:

	1	2	3	4	5
Utilidad	10	12	9	15	13
Inversión (u.m.)	20	25	23	15	12

El capital disponible para el total de las inversiones asciende a 50 u.m. Se sabe que por las características de las inversiones, los proyectos 1 y 2 son incompatibles, que no se puede invertir en el proyecto 2 si no se invierte en el 5 y que hay que invertir en el proyecto 3 o 4 de manera obligatoria. Determinar las inversiones que deben realizarse con el fin de maximizar la utilidad. **(1.25 puntos)**

4. Vamos a hacer una lasaña. Para eso necesitamos:

Ir a comprar el queso mozzarella (30')	Hervir agua en una olla (15')
Rayar la mozzarella (5')	Hervir la pasta de lasaña (10')
Batir 2 huevos (2')	Enjuagar la pasta de lasaña (2')
Mezclar huevos y queso ricotta (3')	Mezclar los ingredientes (10')
Picar cebollas y setas (7')	Precalear el horno (15')
Cocinar la salsa de tomate (25')	Hornear la lasaña (30')

Evidentemente, no podemos rayar la mozzarella antes de ir a comprarla, ni mezclar el ricotta con los huevos antes de batirlos. Tampoco podemos cocinar la salsa de tomate sin haber picado antes la cebolla y las setas. La pasta sólo la podemos hervir en cuanto el agua hierva, y sólo después de esto podremos enjuagarla. Los ingredientes no se pueden mezclar antes de que estén preparados, y la lasaña no se puede hornear antes de esto, ni antes de haber precalentado el horno. Supongamos que tenemos todos los cocineros que hagan falta, para que se puedan realizar distintas tareas en paralelo. Entonces:

- (a) Determinar la red asociada al proyecto. **(0.3 puntos)**
 (b) ¿A qué hora comeremos, si empezamos a las 13:30?. **(0.5 puntos)**
 (c) Si conseguimos picar las cebollas y las setas más rápido, ¿comeremos antes?. ¿Qué ocurre si rayamos la mozzarella en 2'? **(0.2 puntos)**
5. Una compañía petrolera produce un tipo de gasolina a partir de petróleo por la mezcla y destilación de 4 tipos de crudo. Con el fin de planificar la producción, se le suministran los siguientes datos:

Crudo	A	B	C	Precio/litro
1	80%	10%	10%	43
2	30%	30%	40%	36
3	70%	10%	20%	47
4	40%	50%	10%	37

donde A, B y C denotan los compuestos básicos que produce cada tipo de crudo por litro tras su destilación. Las exigencias del mercado imponen que la gasolina obtenida debe tener al menos el 60% del elemento A y no más del 30% de C.

Los objetivos que se plantea la petrolera son dos. Por un lado planificar la producción óptima en el sentido de que la gasolina tenga coste mínimo, y por otro que la utilización de los crudos tipo 3 y 4 se lo mayor posible.

Formular el problema multiobjetivo correspondiente y obtener la solución que se tiene por el método de las ponderaciones sabiendo que la tabla óptima para el problema que tiene por función objetivo la minimización del coste de la gasolina es:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5^h	x_6^h	x_7^a	x_8^a	
x_1	1	-1/4	3/4	0	-1/40	0	1/40	-1	3/4
x_6^h	0	30	10	0	0	1	0	-10	10
x_4	0	5/4	1/4	1	1/40	0	-1/40	2	1/4
	0	1/2	11/5	0	3/20	0	M-3/20	M-31	

(Nota.- Notar que la tabla óptima corresponde a un problema en el que el criterio de la función objetivo es de máximo) **(1.25 puntos)**