

4. Sea  $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$  una aplicación lineal tal que  $\mathbf{Ker} f = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y - z = 0, x - z = 0\}$ ,  $f(0, 1, -1) = (2, 2, -1)$  y  $f(1, 2, -2) = (3, 3, -2)$ . Sea  $v = (1, a, b) \in \mathbb{R}^3$  siendo  $a, b \in \mathbb{R}$  tales que  $v \in \mathbf{Ker} f$  y consideramos la base de  $\mathbb{R}^3$   $B = \{v, (0, 1, -1), (1, 2, -2)\}$ .

i) Calcula la matriz de  $f$  respecto de la base  $B$ .

ii) Calcula la matriz de  $f$  respecto de la base canónica de  $\mathbb{R}^3$ .

iii) Calcula la expresión analítica de  $f$  e  $\mathbf{Im} f$  ¿Es  $f$  inyectiva? ¿Es  $f$  suprayectiva?

iv) Si  $w = (1, 0, 1)_B$ , calcula las coordenadas de  $f(w)$  respecto de  $B$  y respecto de la base canónica de  $\mathbb{R}^3$ .