

VARIABLE COMPLEJA Y TRANSFORMADAS. Curso 2007/8.

HOJA Z: TRANSFORMADA Z

1. Encontrar la transformada Z de las siguientes sucesiones determinando su conjunto de convergencia.

- (a) $y_n = n + 1$. (b) $y_n = (0, 1, 0, 1, 0, 1, \dots)$. (c) $y_n = n^4$.
 (d) $y_n = (0, 1, 1, 1, \dots)$. (e) $y_n = 2^{2n}$. (f) $y_n = 1 + 2^n$.
 (g) $y_n = 1/2^n$. (h) $y_n = n3^n$. (i) $y_n = (0, 1, 0, 2, 0, 4, \dots, 0, 2^n, \dots)$.

2. Resolver las siguientes ecuaciones homogéneas:

- (a) $y_{n+2} + y_{n+1} - 2y_n = 0$. (b) $y_{n+2} - y_{n+1} - 2y_n = 0$. (c) $y_{n+2} + \lambda^2 y_n = 0$ donde $\lambda \in \mathbb{R}$.
 (d) $y_{n+2} - 2y_{n+1} + y_n = 0$. (e) $y_{n+2} - 4y_{n+1} - 12y_n = 0$. (f) $y_{n+2} + 2y_{n+1} + y_n = 0$.
 (g) $y_{n+2} + 2y_{n+1} - 3y_n = 0$. (h) $y_{n+3} - y_{n+2} + 2y_{n+1} - 2y_n = 0$. (i) $y_{n+4} + y_{n+2} - 2y_n = 0$.

3. Resolver las siguientes ecuaciones no homogéneas:

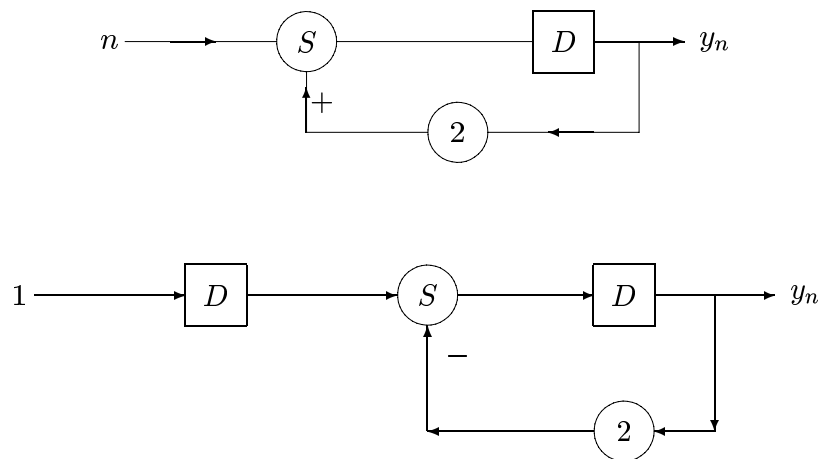
- (a) $y_{n+2} + y_{n+1} - 2y_n = 2^n$. (b) $y_{n+2} - y_{n+1} - 2y_n = 2$. (c) $y_{n+2} - 2y_{n+1} + y_n = 1$.
 (d) $y_{n+2} + y_n = n^2$. (e) $y_{n+2} - 4y_{n+1} - 12y_n = n2^n$. (f) $y_{n+2} + 2y_{n+1} + y_n = n^3$.
 (g) $y_{n+2} + 4y_n = n(-1)^n$. (h) $y_{n+2} - 2y_{n+1} + 6y_n = 3^n + n$. (i) $y_{n+3} - y_{n+2} + 2y_{n+1} - 2y_n = (-1)^n$.

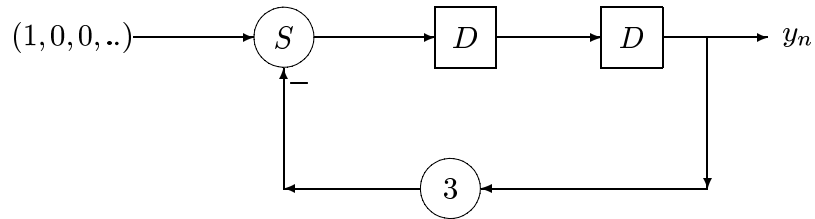
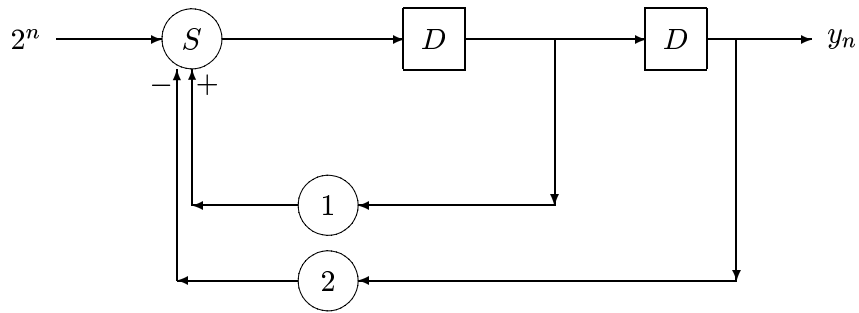
4. Resolver los siguientes problemas de condiciones iniciales:

- (a) $\begin{cases} y_{n+2} + 2y_{n+1} + y_n = n^2 \\ y_0 = 0 \\ y_1 = 1 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} y_{n+2} + y_{n+1} - 2y_n = 0 \\ y_0 = 1 \\ y_1 = 2 \end{cases}$ (c) $\begin{cases} y_{n+2} - 4y_{n+1} - 12y_n = 0 \\ y_0 = 0 \\ y_1(0) = 1 \end{cases}$
 (d) $\begin{cases} y_{n+2} - 2y_{n+1} + y_n = 1 \\ y_0 = 0 \\ y_1 = 0 \end{cases}$ (e) $\begin{cases} y_{n+2} - 4y_{n+1} + y_n = x \\ y_0 = 1 \\ y_1 = 0 \end{cases}$ (f) $\begin{cases} y_{n+2} + y_n = n \\ y_0 = 0 \\ y_1 = 0 \end{cases}$
 (g) $\begin{cases} y_{n+3} - y_{n+2} + 2y_{n+1} - 2y_n = 2^n \\ y_0 = 1 \\ y_1 = 0 \\ y_2 = 1 \end{cases}$ (h) $\begin{cases} y_{n+2} + y_n = n + 2 \\ y_0 = 1 \\ y_1 = -1 \end{cases}$ (i) $\begin{cases} y_{n+2} - y_{n+1} - 2y_n = 1 \\ y_0 = 1 \\ y_1 = -1 \end{cases}$

5. Determinar cuáles de las ecuaciones anteriores son estables.

6. Obtener la solución de los siguientes circuitos digitales suponiendo condiciones iniciales nulas:





7. Calcular el comportamiento asintótico (límite cuando n tiende a infinito) de la solución de los siguientes circuitos digitales:

