1. Expresa los siguientes números complejos en forma binómica:

   a) $(1+i)^3$ *b*) $1/i$ *c*) $(2+3i)/(3-4i)$ *d*) $(1+i\sqrt{3})^3$

   e) i^5+i^{16} *f*) $2e^{i\pi/2}$ *g*) $1+i+i^2+i^3$ *h*) $e^{i\pi/4}$

   i) $(1-i)/(1+i)$ *j*) $(2+2i)^2$ *k*) $(2+2i)(2-2i)$ *l*) $(2-2i)^2$

   m) $e^{-\pi i/2}$ *n*) $2e^{-\pi i}$ *o*) $3e^{-\pi i/2}$ *p*) $2e^{-i\pi/2}$

   q) $i+3e^{2\pi i}$ *r*) $e^{\pi i/4}-e^{-\pi i/4}$ *s*) $1/e^{-\pi i/4}$ *t*) $\sqrt{2}e^{i\pi/3}$

2. Expresa en forma exponencial los siguientes números complejos:

   a) $3+4i$ *b*) $\dfrac{1+i}{1-i}$ *c*) i^7+i^{10} *d*) $1+i+i^2$

   e) $-3+i\sqrt{3}$ *f*) 3 *g*) $-3i$ *h*) $\dfrac{1+i}{\sqrt{2}}$

3. Calcula las siguientes potencias de números complejos:

   a) $(1+i)^{100}$ *b*) $(-1+\sqrt{3}i)^{30}$ *c*) $(\sqrt{1-i})^{10}$ *d*) $(-1+\sqrt{3}i)^{30}$

4. Calcula las siguientes raíces de números complejos:

   a) $\sqrt[3]{1}$ *b*) $\sqrt[8]{1}$ *c*) $\sqrt[3]{i}$ *d*) $\sqrt{1-i}$

   e) $\sqrt[6]{-8}$ *f*) $\sqrt{3+4i}$ *g*) $\sqrt[4]{-1}$ *h*) $\sqrt[3]{-2+2i}$

   h) $\sqrt[4]{-8(1-\sqrt{3}i)}$ *i*) $\sqrt[4]{-81}$ *j*) $\sqrt[3]{-1+i}$ *k*) $\sqrt[4]{1}$

5. Dados los números complejos $z_1=-2-i$ y $z_2=-4+i$ halla

   a) z_1+z_2 *b*) $3z_1-2z_2$ *c*) z_1z_2 *d*) $1/z_2$ *e*) z_1/z_2

6. Dados los números complejos $z_1=6i$ y $z_2=8-i$ halla

   a) z_1z_2 *b*) z_1/z_2 *c*) z_2/z_1 *d*) $(z_2)^2-z_1$

7. Determina x e y, para que se cumpla la igualdad $(1+i)(x+iy)=i$.

8. Resuelve las ecuaciones

   a) $x^2+1=0$ *b*) $x^3+2=0$ *c*) $x^5+64=0$ *d*) $(x^2+4)(x-1)^2=0$

9. Demuestra que $|z|=1 \Longleftrightarrow \mathrm{Re}(z)=\mathrm{Re}(z^{-1})$.

10. Deduce una fórmula para averiguar cualquier potencia de i^n, $n\in\mathbb{N}$.

11. Representa gráficamente los siguientes conjuntos de números complejos:

    a) $\{|z| = 1\}$ *b*) $\{z - \overline{z} = i\}$ *c*) $\{|z| \leq 1\}$

    d) $\{z + \overline{z} \leq 1\}$ *e*) $\{\text{Im } z < 0\}$ *f*) $\{|\text{Re } z| < 1\}$

    g) $\{2 < |z| < 3\}$ *h*) $\{|z|^{-1} \geq 1\}$ *i*) $\{|z - 5i| = 8\}$

12. Comprueba las igualdades:

    a) $|\overline{z}| = |z|$ *b*) $\arg(\overline{z}) = -\arg(z)$

    c) $\text{Re } z = \dfrac{z + \overline{z}}{2}$ *d*) $\text{Im } z = \dfrac{z - \overline{z}}{2i}$

    e) $\overline{(z^n)} = (\overline{z})^n$ *f*) $z \cdot \overline{z} = |z|^2$

    g) $\overline{z + \omega} = \overline{z} + \overline{\omega}$ *h*) $\overline{z \cdot \omega} = \overline{z} \cdot \overline{\omega}$

    i) $|z \cdot \omega| = |z| \cdot |\omega|$ *j*) $|z + \omega| \leq |z| + |\omega|$

    k) $|z - w| \geq ||z| - |w||$ *l*) $|z - w|^2 + |z + w|^2 = 2(|z|^2 + |w|^2)$

13. Demuestra a partir de números complejos que para $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ se verifica

$$(a^2 + b^2) \cdot (c^2 + d^2) = (ac - bd)^2 + (ad + bc)^2$$

14. Sea $p(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + ... + a_1 z + a_0$ un polinomio con coeficientes reales, esto es, $a_i \in \mathbb{R}$ para $0 \leq i \leq n$.

    a) Comprueba que para todo $z \in \mathbb{C}$ se cumple la igualdad $p(\overline{z}) = \overline{p(z)}$.

    b) Usando el apartado anterior, prueba que si ω es solución compleja de $P(z) = 0$, entonces su conjugado $\overline{\omega}$ también es solución.

    c) Sabiendo que $z = i$ es una raíz del polinomio $p(z) = z^4 - 2z^3 - z^2 - 2z - 2$, calcula todas las raíces.

15. Obtén en función de Re z e Im z las partes real e imaginaria de

    a) $3z^2 - iz$ *b*) $\overline{z} + \dfrac{1}{z}$ *c*) $z^3 + z + 1$ *d*) $\dfrac{1 - z}{1 + z}$ *e*) $z^2 + i$ *f*) $1/\overline{z}$

16. Resuelve la ecuación $\overline{z} = z^{n-1}$, siendo $n \in \mathbb{N}$, $n \neq 2$.

17. Halla los números complejos z que coinciden con su conjugado.

18. Demuestra la fórmula de De Moivre

$$(\cos(n\theta) + i \,\text{sen}(n\theta)) = (\cos\theta + i \,\text{sen}\,\theta)^n$$

    y aplícala al cálculo de las fórmulas de las razones trigonométricas de los ángulos doble y triple en función de $\text{sen}\, x$ y $\cos x$.