

MÉTODOS NUMÉRICOS. Curso 2009/10.

HOJA 1: ECUACIONES EN DIFERENCIAS FINITAS.

1. Encontrar la transformada Z de las siguientes sucesiones determinando su conjunto de convergencia.

- (a) $y_n = n + 1$. (b) $y_n = (0, 1, 0, 1, 0, 1, \dots)$. (c) $y_n = n^4$.
(d) $y_n = (0, 1, 1, 1, \dots)$. (e) $y_n = 2^{2^n}$. (f) $y_n = 1 + 2^n$.
(g) $y_n = 1/2^n$. (h) $y_n = n3^n$. (i) $y_n = (0, 1, 0, 2, 0, 4, \dots, 0, 2^n, \dots)$.

2. Resolver las siguientes ecuaciones homogéneas:

- (a) $y_{n+2} + y_{n+1} - 2y_n = 0$. (b) $y_{n+2} - y_{n+1} - 2y_n = 0$. (c) $y_{n+2} + \lambda^2 y_n = 0$ donde $\lambda \in \mathbb{R}$.
(d) $y_{n+2} - 2y_{n+1} + y_n = 0$. (e) $y_{n+2} - 4y_{n+1} - 12y_n = 0$. (f) $y_{n+2} + 2y_{n+1} + y_n = 0$.
(g) $y_{n+2} + 2y_{n+1} - 3y_n = 0$. (h) $y_{n+3} - y_{n+2} + 2y_{n+1} - 2y_n = 0$. (i) $y_{n+4} + y_{n+2} - 2y_n = 0$.

3. Resolver las siguientes ecuaciones no homogéneas:

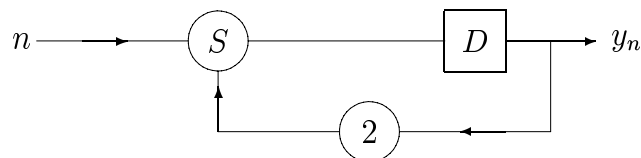
- (a) $y_{n+2} + y_{n+1} - 2y_n = 2^n$. (b) $y_{n+2} - y_{n+1} - 2y_n = 2$. (c) $y_{n+2} - 2y_{n+1} + y_n = (-1)^n$.
(d) $y_{n+2} + y_n = n^2$. (e) $y_{n+2} - 4y_{n+1} - 12y_n = n2^n$. (f) $y_{n+2} + 2y_{n+1} + y_n = n^3$.
(g) $y_{n+2} + 4y_n = n(-1)^n$. (h) $y_{n+2} - 2y_{n+1} + 6y_n = 3^n + n$. (i) $y_{n+3} - y_{n+2} + 2y_{n+1} - 2y_n = 1$.

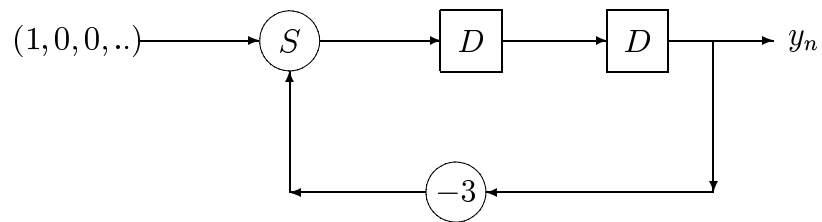
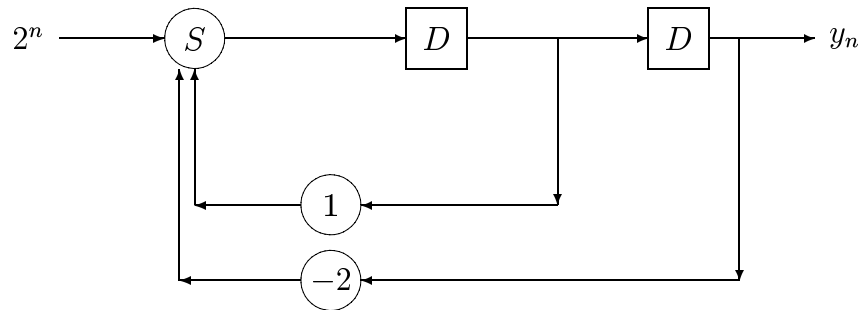
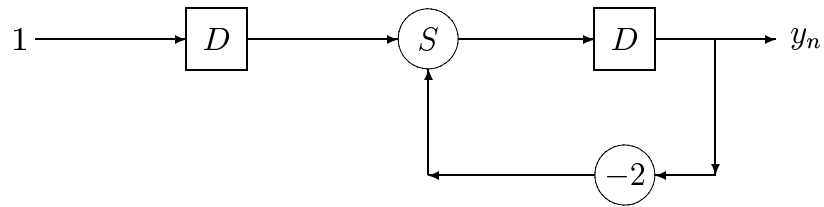
4. Resolver los siguientes problemas de condiciones iniciales:

- (a) $\begin{cases} y_{n+2} + 2y_{n+1} + y_n = n^2 \\ y_0 = 0 \\ y_1 = 1 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} y_{n+2} + y_{n+1} - 2y_n = 0 \\ y_0 = 1 \\ y_1 = 2 \end{cases}$ (c) $\begin{cases} y_{n+2} - 4y_{n+1} - 12y_n = 0 \\ y_0 = 0 \\ y_1(0) = 1 \end{cases}$
(d) $\begin{cases} y_{n+2} - 2y_{n+1} + y_n = 1 \\ y_0 = 0 \\ y_1 = 0 \end{cases}$ (e) $\begin{cases} y_{n+2} - 4y_{n+1} + y_n = n \\ y_0 = 1 \\ y_1 = 0 \end{cases}$ (f) $\begin{cases} y_{n+2} + y_n = n \\ y_0 = 0 \\ y_1 = 0 \end{cases}$
(g) $\begin{cases} y_{n+3} - y_{n+2} + 2y_{n+1} - 2y_n = 2^n \\ y_0 = 1 \\ y_1 = 0 \\ y_2 = 1 \end{cases}$ (h) $\begin{cases} y_{n+2} + y_n = n + 2 \\ y_0 = 1 \\ y_1 = -1 \end{cases}$ (i) $\begin{cases} y_{n+2} - y_{n+1} - 2y_n = 1 \\ y_0 = 1 \\ y_1 = -1 \end{cases}$

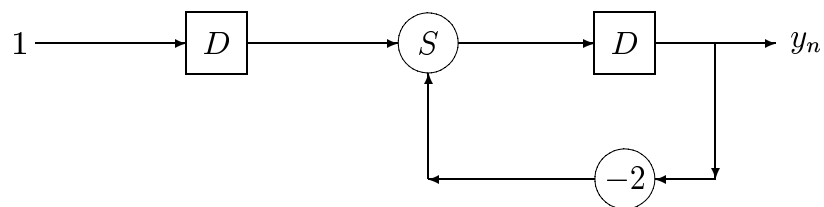
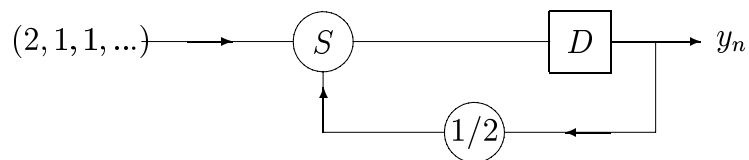
5. Determinar cuáles de las ecuaciones anteriores son estables.

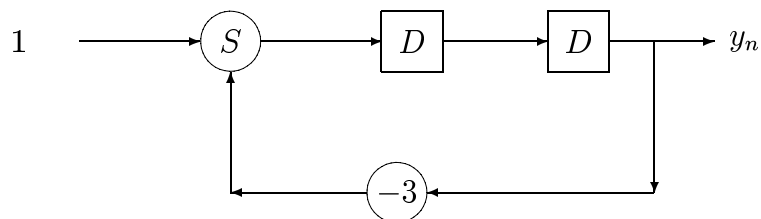
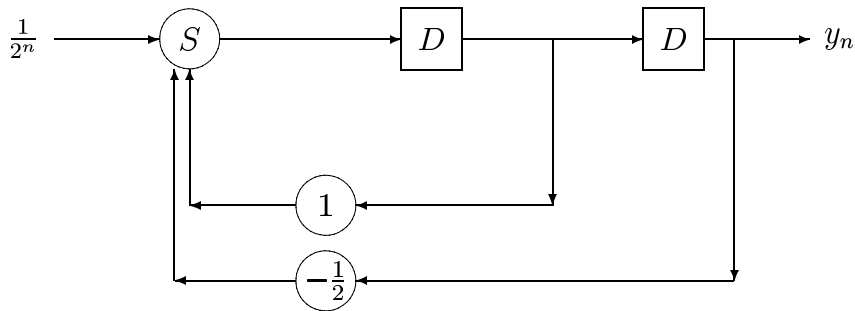
6. Obtener la solución de los siguientes circuitos digitales suponiendo condiciones iniciales nulas:





7. Calcular el comportamiento asintótico (límite cuando n tiende a infinito) de la solución de los siguientes circuitos digitales:





8. Encontrar las soluciones aproximadas de las siguientes ecuaciones y sistemas de algebraicas usando los mtodos de Newton y el de la aplicacin contractiva, en caso de poder usarse.

(a) $x = e^{-x}$. (b) $\log x = x$. (c) $x = e^{-y}$, $y = e^{-2x}$
 (d) $x^3 - 2 = 0$ (e) $\cos x = x^2 - 1$ (f) $\log(x^2 + 1) = x$.

9. Encontrar los punto fijos de las ecuaciones en diferencias no lineales siguientes, y determinar la estabilidad local de los mismos:

(a) $x_{n+1} = ax_n(1 - x_n)$, $a \in [0, 4]$. (b) $x_{n+2} = x_n^2$.
 (c) $x_{n+1} = \sqrt{y_n/a} - y_n$, $y_{n+1} = \sqrt{x_n/b} - x_n$, $a, b < 0$. (d) $x_{n+1} = x_n^2 + 1$
 (e) $x_{n+1} = e^{x_n}$ (f) $x_{n+2} = 3x_n(1 - x_n)$