



# Guía docente de la asignatura

# Matemáticas II

Titulación: Grado en Ingeniería Eléctrica  
Curso 2017/2018

## 1. Datos de la asignatura

Nombre	Matemáticas II (Mathematics II)			
Materia*	Matemáticas			
Módulo*	Formación básica			
Código	506102001			
Titulación	Graduado o Graduada en Ingeniería Eléctrica por la Universidad Politécnica de Cartagena			
Plan de estudios	2009 (Decreto nº 269/2009 de 31 de julio)			
Centro	Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial			
Tipo	Obligatoria			
Periodo lectivo	Cuatrimestral	Cuatrimestre	1	Curso 2
Idioma	Español			
ECTS	6	Horas / ECTS	30	Carga total de trabajo (horas) 180

\* Todos los términos marcados con un asterisco que aparecen en este documento están definidos en *Referencias para la actividad docente en la UPCT* y *Glosario de términos*:

<http://repositorio.bib.upct.es/dspace/bitstream/10317/3330/1/isbn8469531360.pdf>

## 2. Datos del profesorado

Profesor responsable	Jose Salvador Cánovas Peña		
Departamento	Departamento de Matemática Aplicada y Estadística		
Área de conocimiento	Matemática Aplicada		
Ubicación del despacho	Despacho B012. Primera planta. Antiguo Hospital de Marina.		
Teléfono	968 33 89 04	Fax	968 32 64 93
Correo electrónico	<a href="mailto:Jose.Canovas@upct.es">Jose.Canovas@upct.es</a>		
URL / WEB	<a href="http://www.dmae.upct.es/~jose">http://www.dmae.upct.es/~jose</a>		
Horario de atención / Tutorías	Página personal del profesor.		
Ubicación durante las tutorías	En el despacho.		

Titulación	Licenciado en Ciencias Matemáticas. Doctor en Ciencias Matemáticas.
Vinculación con la UPCT	Profesor Titular de Universidad (Tiempo Completo)
Año de ingreso en la UPCT	1996
Nº de quinquenios (si procede)	4
Líneas de investigación (si procede)	Ecuaciones en diferencia y sistemas dinámicos discretos.
Nº de sexenios (si procede)	3
Experiencia profesional (si procede)	
Otros temas de interés	

### **3. Descripción de la asignatura**

#### **3.1. Descripción general de la asignatura**

Esta asignatura pretende proporcionar al estudiante las competencias básicas necesarias para comprender los conceptos más relevantes y utilizar las técnicas básicas de la teoría de variable compleja relacionadas con la Ingeniería Eléctrica y que se utilizarán en otras asignaturas tanto del mismo curso como de cursos superiores. En esta línea se pueden citar los desarrollos en serie, la transformada de Laplace y la transformada Z.

#### **3.2. Aportación de la asignatura al ejercicio profesional**

La asignatura es formativa, de carácter teórico-práctico, y pretende ser un soporte para el estudio de otras asignaturas del plan de estudios en el cual se aborde el modelado en tiempo continuo de fenómenos de las ciencias experimentales de aplicación al mundo de la ingeniería. Además, debemos destacar el carácter formativo de esta asignatura, en lo relativo al uso del razonamiento lógico-deductivo, lo que le permitirá un mejor enfoque de los problemas planteados y un rigor y orden a la hora de su resolución.

La importancia de esta asignatura se puede destacar desde dos puntos de vista:

- (a) En general, el estudio del Análisis Matemático proporciona habilidades en cuanto al planteamiento y resolución de problemas de manera rigurosa y es una materia esencial para el aprendizaje y buen dominio del lenguaje científico.
- (b) En particular, y en lo relativo a la teoría de variable compleja, podemos decir que, de una forma u otra, está presente en todas las ramas de la Ingeniería. La variable compleja soluciona de una manera relativamente sencilla ciertos problemas -muy comunes dentro de cualquier titulación de Ingeniería- y que son difíciles o no posibles de resolver únicamente mediante las técnicas estudiadas en primer curso.

#### **3.3. Relación con otras asignaturas del plan de estudios**

##### **Relación con asignaturas del Área de Matemática Aplicada:**

- Matemáticas I

##### **Relación con asignaturas que no pertenecen al Área de Matemática Aplicada:**

Los contenidos de esta asignatura se pueden emplear de forma directa en las asignaturas:

- Ampliación de Análisis de Circuitos.
- Regulación Automática.

Durante el desarrollo de esta asignatura se introduce la transformada de Laplace como caso particular de transformada integral y se justifican sus propiedades, de manera que los estudiantes puedan hacer uso de esta herramienta de una manera razonada.

En general, el estudio de las transformadas integrales requiere una buena base en las técnicas que desarrolla la variable compleja y constituye una materia que puede ubicarse dentro de lo que se denomina cálculo avanzado. La transformada de Laplace es utilizada en la asignatura que se imparte simultáneamente en el plan de estudios Ampliación de Análisis de Circuitos.

### **3.4. Incompatibilidades de la asignatura definidas en el plan de estudios**

No se han descrito.

### **3.5. Recomendaciones para cursar la asignatura**

Con idea de que sea posible comenzar de manera sólida con el estudio de la variable compleja, se requiere que los estudiantes:

- Hayan asimilado cierto vocabulario científico básico.
- Comprendan y manejen bien algunos conceptos del análisis infinitesimal estudiados en la asignatura de primer curso Matemáticas I (Álgebra lineal y análisis de variable real). Entre otros, citamos:
  - Estructura algebraica de diversos espacios vectoriales, también funcionales.
  - Dimensión, biyección y aplicaciones inversas.
  - Distinción de los distintos conjuntos de números reales.
  - Operaciones aritméticas. Valor absoluto. Entornos y distancias en la recta real.
  - Sucesiones y funciones elementales. Ecuaciones de la recta, segmento, circunferencia y elipse.
  - Conceptos de convergencia, continuidad y derivabilidad.
  - Series elementales de números y series elementales de potencias. Desarrollos de Taylor de algunas funciones elementales. Infinitésimos e infinitos equivalentes.
  - Cálculo de primitivas. Concepto de integral impropia.
  - Resolución aproximada de ecuaciones diferenciales ordinarias mediante el método de las diferencias finitas.

Además el estudiante, debe realizar un seguimiento continuo de las clases presenciales, debe intentar la resolución de los problemas planteados para cada tema y hacer uso de la atención del profesor en las horas de tutorías.

Es recomendable haber superado la asignatura Matemáticas I con anterioridad.

### **3.6. Medidas especiales previstas**

El alumno que, por sus circunstancias, pueda necesitar de medidas especiales debe comunicárselo al profesor al principio del cuatrimestre.

## **4. Competencias y resultados del aprendizaje**

### **4.1. Competencias básicas\* del plan de estudios asociadas a la asignatura**

[B3] - Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.

[B4] - Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.

### **4.2. Competencias generales del plan de estudios asociadas a la asignatura**

[G3] - Conocimiento en materias básicas y tecnológicas, que les capacite para el aprendizaje de nuevos métodos y teorías, y les dote de versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.

[G4] - Capacidad de resolver problemas con iniciativa, toma de decisiones, creatividad, razonamiento crítico y de comunicar y transmitir conocimientos, habilidades y destrezas en el campo de la Ingeniería Industrial.

### **4.3. Competencias específicas\* del plan de estudios asociadas a la asignatura**

[E1] - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica y optimización.

### **4.4. Competencias transversales del plan de estudios asociadas a la asignatura**

[T1] - Comunicarse oralmente y por escrito de manera eficaz.

[T4] - Utilizar con solvencia los recursos de información.

### **4.5. Resultados\*\* del aprendizaje de la asignatura**

Las competencias específicas y los objetivos de aprendizaje que se desarrollarán con la asignatura, y que se indican a continuación, permitirán que el alumno al finalizar el curso sea capaz de:

[R1] Describir los números complejos y operar con ellos con soltura utilizando cualquiera de sus formas de representación.

[R2] Definir, describir y manipular funciones complejas de variable compleja y sus propiedades de continuidad y derivabilidad.

[R3] Definir y calcular integrales complejas a lo largo de curvas en el plano complejo.

[R4] Calcular e interpretar desarrollos en series de potencias y series de Laurent de funciones complejas de variable compleja.

[R5] Definir, calcular y clasificar singularidades de funciones complejas de variable compleja.

[R6] Definir, calcular y aplicar la transformada Z de una sucesión de números complejos.

[R7] Definir, calcular y aplicar los residuos de singularidades aisladas.

[R8] Definir, calcular y aplicar la transformada de Laplace y Fourier de una función.

[R9] Definir y clasificar las ecuación en derivadas parciales lineales con coeficientes constantes clásicas y calcular numéricamente su solución.

[R10] Manipular un programa informático de cálculo matemático como ayuda para resolver algunos de los problemas de la asignatura.

\*\* Véase también la *Guía de apoyo para la redacción, puesta en práctica y evaluación de los resultados del aprendizaje*, de ANECA:

[http://www.aneca.es/content/download/12765/158329/file/learningoutcomes\\_v02.pdf](http://www.aneca.es/content/download/12765/158329/file/learningoutcomes_v02.pdf)

## 5. Contenidos

### 5.1. Contenidos del plan de estudios asociados a la asignatura

Introducción a las Ecuaciones en Derivadas Parciales. Métodos numéricos para la resolución de Ecuaciones en Derivadas Parciales mediante diferencias finitas. Transformada de Laplace y Fourier. Funciones de variable compleja. Integración compleja. Series de potencias. Transformada Z. Residuos.

### 5.2. Programa de teoría (unidades didácticas y temas)

#### UNIDAD DIDÁCTICA 1: VARIABLE COMPLEJA

- [T1.1] **Tema 1. El cuerpo de los números complejos.** El conjunto de los números complejos. Operaciones con complejos en forma binómica. El plano complejo. Operaciones con complejos en forma polar y exponencial: Teorema de Moivre. Fórmula de Euler.
- [T2.1] **Tema 2. Funciones de variable compleja.** Definiciones. Límites. Continuidad. Derivada compleja: Ecuaciones de Cauchy-Riemann. Funciones complejas elementales. Singularidades. Clasificación de singularidades mediante límites.
- [T3.1] **Tema 3. Integración en el plano complejo.** Curvas en C. Integración sobre curvas: Teorema de Cauchy-Goursat. Fórmulas integrales de Cauchy.
- [T4.1] **Tema 4. Series complejas.** Sucesiones y series de números complejos. Series de potencias de números complejos. Series de Taylor. Series de Laurent. Clasificación de singularidades mediante series de Laurent. La transformada Z.
- [T5.1] **Tema 5. El teorema de los residuos.** Residuos. Cálculo de Residuos. Teorema de los residuos. Cálculo de integrales reales mediante residuos.

#### UNIDAD DIDÁCTICA 2: TRANSFORMADAS INTEGRALES

- [T1.2] **Tema 6. Transformada de Laplace.** Funciones continuas a trozos. La transformada de Laplace. Propiedades de la transformada de Laplace. Teoremas de la transformada de Laplace. Transformada inversa de Laplace. Aplicaciones de la transformada de Laplace.
- [T2.2] **Tema 7. Transformada de Fourier.** La transformada de Fourier. Propiedades de la transformada de Fourier. Transformada de Fourier inversa.

#### UNIDAD DIDÁCTICA 3: ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES

- [T1.3] **Tema 8. Introducción a las ecuaciones en derivadas parciales.** Ecuaciones en derivadas parciales con origen en problemas físicos y aplicación en problemas de ingeniería. Ecuación de ondas. Ecuación del calor. Ecuación de Laplace. Resolución numérica mediante el método de las diferencias finitas.

### **5.3. Programa de prácticas** (nombre y descripción de cada práctica)

**[P1] Análisis complejo con MAXIMA.** Operaciones básicas con números complejos. Funciones para los números complejos. Resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones de números complejos.

**[P2] Series de potencias en MAXIMA.** Ceros y polos. Cálculo de series de potencias y series de Laurent de funciones. Cálculo de residuos. Integración.

**[P3] Transformada de Laplace y Fourier con MAXIMA.** Función de Heaviside y funciones continuas a trozos. Cálculo de transformadas de Laplace. Resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias mediante la transformada de Laplace. Cálculo de transformadas de Fourier.

### **Prevención de riesgos**

La Universidad Politécnica de Cartagena considera como uno de sus principios básicos y objetivos fundamentales la promoción de la mejora continua de las condiciones de trabajo y estudio de toda la Comunidad Universitaria.

Este compromiso con la prevención y las responsabilidades que se derivan atañe a todos los niveles que integran la Universidad: órganos de gobierno, equipo de dirección, personal docente e investigador, personal de administración y servicios y estudiantes.

El Servicio de Prevención de Riesgos Laborales de la UPCT ha elaborado un "Manual de acogida al estudiante en materia de prevención de riesgos" que puedes encontrar en el Aula Virtual, y en el que encontrarás instrucciones y recomendaciones acerca de cómo actuar de forma correcta, desde el punto de vista de la prevención (seguridad, ergonomía, etc.), cuando desarrolles cualquier tipo de actividad en la Universidad. También encontrarás recomendaciones sobre cómo proceder en caso de emergencia o que se produzca algún incidente.

En especial, cuando realices prácticas docentes en laboratorios, talleres o trabajo de campo, debes seguir todas las instrucciones del profesorado, que es la persona responsable de tu seguridad y salud durante su realización. Consultale todas las dudas que te surjan y no pongas en riesgo tu seguridad ni la de tus compañeros.

### **5.4. Programa de teoría en inglés** (unidades didácticas y temas)

#### **UNIT 1: COMPLEX VARIABLE**

- **[T1.1] Chapter 1. The field of complex numbers.** The set of complex numbers. Complex operations in Cartesian form. The complex plane. Complex operations in polar form: The theorem of Moivre. Euler formulae.
- **[T2.1] Chapter 2. Functions of complex variable.** Definitions. Elementary complex functions. Limits. Continuous functions. Complex derivative: The Equations of Cauchy-Riemann. Singularities. Singularities classifications using limits.
- **[T3.1] Chapter 3. Integration in the complex plane.** Curves in C. Contour integrals. Theorem of Cauchy. Cauchy's Integral Formula.
- **[T4.1] Chapter 4. Complex series.** Sequences and series of complex number. Power series of complex numbers. Taylor series. Laurent series. Classification of

singularities using series. The Z Transform.

- [T5.1] **Chapter 5. The theorem of Residues.** Residues. Calculation of residues. The theorem of the residues. Calculation of real integral using residues.

### UNIT 2: INTEGRALS TRANSFORM

- [T1.2] **Chapter 6. Laplace Transform.** Piecewise continuous functions. The Laplace transform. Properties of Laplace Transform. Initial value and final value theorems. Inverse Laplace Transform. Application of Laplace Transform.
- [T2.2] **Chapter 7. Fourier Transform.** The Fourier Transform. Properties of the Fourier Transform. Inverse Fourier Transform.

### UNIT 3: PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

- [T1.3] **Chapter 8. An introduction to Partial Differential Equations.** Classical partial differential equations of order two: Heat, wave and Laplace equations. Finite difference method for numerical solution of partial differential equations.

## 5.5. Objetivos del aprendizaje detallados por unidades didácticas

### **UNIDAD DIDÁCTICA 1: VARIABLE COMPLEJA**

- Describir el conjunto de los números complejos y enumerar sus propiedades.
- Expresar un número complejo en cualquiera de sus representaciones (binómica, exponencial, polar, trigonométrica).
- Realizar operaciones elementales de suma, resta, producto y cociente de números complejos en forma binómica.
- Realizar operaciones de potenciación, producto, cociente y radicación de números complejos en forma exponencial o polar.
- Establecer y describir las distintas relaciones (fórmula de Euler, teorema de Moivre, representación en el plano) entre los números complejos y los números reales.
- Definir el concepto de función compleja de variable compleja y establecer las relaciones con las funciones reales.
- Definir el concepto de derivada compleja. Demostrar la derivabilidad de una función compleja de variable compleja mediante las ecuaciones de Cauchy-Riemann. Calcular la derivada de una función compleja de variable compleja.
- Identificar y explicar las funciones complejas de variable compleja siguientes: polinomios complejos, funciones racionales complejas, potenciales, función exponencial compleja, función logaritmo compleja, funciones trigonométricas planas, funciones hiperbólicas.
- Definir y calcular el desarrollo de Taylor de una función analítica.
- Definir y calcular el desarrollo de Laurent de una función compleja de variable compleja.
- Definición, clasificación y estudio de singularidades de funciones complejas.
- Utilización de los desarrollos de funciones complejas en series de funciones para la resolución de ecuaciones en diferencias. Definir y calcular la transformada Z de una sucesión.
- Definir el concepto de curva y caracterizar las curvas más importantes.
- Definir el concepto de integral a lo largo de una curva y cálculo de algunas

integrales elementales.

- Definir el concepto de límite y continuidad de funciones complejas de variable compleja y establecer relaciones con los conceptos equivalentes en el caso real.
- Conocer cómo realizar integración compleja sobre curvas, así como los principales teoremas de integración compleja y la transformada Z.

#### **UNIDAD DIDÁCTICA 2: TRANSFORMADAS INTEGRALES**

- Conocer el concepto de transformada integral.
- Conocer la transformada de Laplace y sus propiedades básicas.
- Aplicar la transformada de Laplace para la resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones diferenciales lineales.
- Conocer el concepto de transformada de Fourier.
- Valorar y saber utilizar la transformada de Fourier en el contexto de la resolución de ecuaciones diferenciales lineales.

#### **UNIDAD DIDÁCTICA 3: ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES**

- Conocer el concepto de ecuación en derivadas parciales, y tomar conciencia de su importancia en el modelado de diversos fenómenos físicos.
- Conocer de forma elemental el método de las diferencias finitas para la resolución de ecuaciones en derivadas parciales.

## 6. Metodología docente

## 6.1. Metodología docente\*

Actividad*	Técnicas docentes	Trabajo del estudiante	Horas
Clase de teoría	Clase expositiva de teoría y realización de ejemplos que faciliten la comprensión de los resultados. Resolución de dudas planteadas por los estudiantes. Se tratarán los temas de mayor complejidad y los aspectos más relevantes.	<u>Presencial:</u> Toma de apuntes y planteamiento de dudas.	36
		<u>No presencial:</u> Estudio de la teoría y los ejemplos. Asistencia a tutorías.	72
Clase de problemas	Resolución de problemas por parte del profesor. Planteamiento de problemas y cuestiones para la resolución por parte de los alumnos.	<u>Presencial:</u> Participación activa. Resolución de ejercicios. Planteamientos de dudas.	12
		<u>No presencial:</u> Estudio de los problemas resueltos y resolución de los planteados. Asistencia tutorías.	24
Prácticas de resolución de problemas	Planteamiento de problemas y orientación para su resolución por los estudiantes.	<u>Presencial:</u> Discusión y resolución de los problema planteados.	6
		<u>No presencial:</u> Repaso de los problemas planteados y resueltos. Asistencia a tutorías.	9
Prácticas de Informática	Resolución de problemas con la ayuda de un ordenador.	<u>Presencial:</u> Introducción al manejo de los programas adecuados y uso del mismo para la resolución de los problemas propuestos.	6
		<u>No presencial:</u> Repaso de los comandos y problemas de cada práctica. Asistencia a tutorías.	11
Examen final	Prueba escrita sobre la materia impartida. Se trata de la misma prueba para todos los estudiantes.	<u>Presencial:</u> Cada estudiante debe contestar a las preguntas formuladas. El examen se contesta de forma individual.	4
		<u>No presencial:</u>	
			180

## **6.2. Resultados (4.5) / actividades formativas (6.1)**

## 7. Metodología de evaluación

### 7.1. Metodología de evaluación\*

Actividad	Tipo		Sistema y criterios de evaluación*	Peso (%)	Resultados (4.5) evaluados
	Sumativa*	Formativa*			
Examen escrito o Prueba de Evaluación Individual (PEI)	X		Examen escrito ordinario y realizado de forma individual al final del cuatrimestre en la fecha determinada. Esta prueba podrá contener preguntas relacionadas con las prácticas de la asignatura. <b>Puntuación Máxima: 10 puntos.</b>	70	[R1], [R2], [R3], [R4], [R5], [R6], [R7], [R8], [R9]
Problemas (OB)	X		Recogida de problemas propuestos realizados en el aula. <b>Puntuación Máxima: 10 puntos.</b>	10	[R1], [R2], [R3], [R4], [R5], [R6], [R7], [R8], [R9]
Prácticas (EP)	X		Resolución de problemas de la asignatura asistidos por ordenador. <b>Puntuación Máxima: 10 puntos.</b>	20	[R1], [R2], [R3], [R4], [R5], [R6], [R7], [R8], [R9 ],[R10]

OBSERVACIONES: Los requisitos necesarios para superar la asignatura son:

- Obtener 5 puntos en la prueba de evaluación individual ( $PEI \geq 5$ ).
- La suma ponderada de las pruebas de evaluación individual, la prueba parcial de operaciones básicas y el examen de prácticas debe ser igual o superior a 5 ( $0.7 \times PEI + 0.1 \times OB + 0.2 \times EP \geq 5$ ).

Aquellos alumnos que, por motivos debidamente justificados, no puedan realizar la evaluación continua (EC) y deseen realizar una única prueba final de carácter global, el examen ordinario (PEI) será el 100% de la nota final y en este caso se incluirán cuestiones adicionales. Estas cuestiones tendrán un peso del 30% y podrán estar relacionadas tanto con la teoría como con las prácticas de la asignatura.

Tal como prevé el artículo 5.4 del *Reglamento de las pruebas de evaluación de los títulos oficiales de grado y de máster con atribuciones profesionales* de la UPCT, el estudiante en el que se den las circunstancias especiales recogidas en el Reglamento, y previa solicitud justificada al Departamento y admitida por este, tendrá derecho a una prueba global de evaluación. Esto no le exime de realizar los trabajos obligatorios que estén recogidos en la guía docente de la asignatura.

### 7.2. Mecanismos de control y seguimiento (opcional)

El seguimiento del aprendizaje se hará en base a:

- Resolución de cuestiones y problemas en el aula.
- Realización de los ejercicios propuestos para resolver con ayuda del ordenador.
- Asistencia a las sesiones de informática.
- Asistencia a las tutorías.

## 8 Bibliografía y recursos

### 8.1. Bibliografía básica\*

[1] James, G., Matemáticas Avanzadas para Ingeniería, 2<sup>a</sup> ed., Pearson Education Limited, México 2002.

[2] Wunsch, A.D. Variable Compleja con Aplicaciones (Segunda Edición). Ed. Addison-Wesley Iberoamericana.

### 8.2. Bibliografía complementaria\*

[1] Churchill, R.V. & Ward Brown. Variable Compleja y Aplicaciones., J. Ed. McGraw Hill.

[2] Marsden, J. E., Hoffman, M. J., Basic Complex Analysis, 3rd ed., W. H. Freeman and Company, USA 1999.

[3] Spiegel, M. R., Variable Compleja, McGraw Hill, México 1994.

### 8.3. Recursos en red y otros recursos

- Página web del profesor:  
<http://www.dmae.upct.es/~jose>
- OpenCourseWare de la Universidad Politécnica de Cartagena  
<http://ocw.bib.upct.es/>
- Información sobre MAXIMA disponible en:  
<http://maxima.sourceforge.net/es/>