Matemática Discreta
Grado en Ingeniería de datos - Ejercicio 1
Fecha: 2-11-2023

Apellidos y Nombre:

DNI/NIE:

		A	B	C	D	E	F	

Utilizando el DNI/NIE escribir los siguientes valores en $\mathbb{Z}_3$.

$$A = \_\_\_\_, \quad B = \_\_\_\_, \quad C = \_\_\_\_, \quad D = \_\_\_\_, \quad E = \_\_\_\_, \quad F = \_\_\_\_$$

A modo de ejemplo, si se tratase del DNI 22987654V, se tendrían los valores

$$A = 0, \quad B = 2, \quad C = 1, \quad D = 0, \quad E = 2, \quad F = 1.$$

En cada ejercicio propuesto se realizará el item que corresponda con el valor de que se haya obtenido con el DNI. Por ejemplo, con este DNI/NIF se harían los ejercicios A.0, B.2 y C.1 del listado.

A. Probar si los siguientes razonamientos son válidos:

0. $\{p \vee \neg q, \neg r \vee p, \neg p \vee \neg r\}$ implica $\neg r \wedge (p \vee \neg q)$.
1. $\{p \vee \neg q, r \vee p \vee \neg q, \neg p \vee \neg r\}$ implica $(p \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q)$.
2. $\{p \vee \neg q, r \wedge p \vee \neg q, \neg p \wedge \neg r\}$ implica $\neg q$.

Solución. En todos los casos importamos sympy y definimos las proposiciones p, q, r tecleando

from sympy import *
p,q,r=symbols('p q r')

0. Tecleamos como se muestra

$$simplify\_logic(((p \sim q)\&(\sim r|p)\&(\sim p| \sim r)) >> (\sim r\&(p| \sim q)))$$

y obtenemos la salida True, con lo que $((p \vee \neg q) \wedge (\neg r \vee p) \wedge (\neg p \vee \neg r)) \rightarrow (\neg r \wedge (p \vee \neg q))$ es una tautología, y por tanto el razonamiento es válido.

1. Tecleamos y obtenemos la salida True como se muestra

$$simplify\_logic(((p| \sim q)\&(r|p| \sim q)\&(\sim p| \sim r)) >> ((p\& \sim r)|(\sim p\& \sim q)))$$

y obtenemos la salida True, con lo que $((p \vee \neg q) \wedge (r \vee p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg r)) \rightarrow ((p \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q))$ es una tautología, y por tanto el razonamiento es válido.

2. Tecleamos

$$simplify\_logic(((p| \sim q)\&(r|p| \sim q)\&(\sim p\& \sim r)) >> (\sim q))$$

y obtenemos la salida True, con lo que $((p \vee \neg q) \wedge (r \vee p \vee \neg q) \wedge (\neg p \wedge \neg r)) \rightarrow \neg q$ es una tautología, y por tanto el razonamiento es válido.

B. Probar si los siguientes razonamientos son válidos:

0. $\{p \rightarrow q, p \leftrightarrow r, \neg p \wedge \neg r\}$ implica $\neg r \wedge \neg q$.
1. $\{p \rightarrow q, q \leftrightarrow r, \neg p \wedge \neg r\}$ implica $\neg p \wedge \neg r \wedge \neg q$.
2. $\{p \rightarrow q, \neg(q \leftrightarrow r), \neg p \wedge \neg r\}$ implica $\neg p \wedge \neg r \wedge q$.

Solución. En todos los casos importamos sympy y definimos las proposiciones p, q, r tecleando

from sympy import *
p,q,r=symbols('p q r')

0. Tecleamos

$$simplify\_logic(((p >> q)\&Equivalent(p, r)\&(\sim p\& \sim r)) >> (\sim r\& \sim q))$$

y obtenemos la salida p|r|~q, esto es, $p \vee r \neg q$ con lo que $((p \rightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r) \wedge (\neg p \wedge \neg r) \rightarrow (\neg r \wedge \neg q))$ no es una tautología, y por tanto el razonamiento no es válido.

1. Tecleamos

$$simplify\_logic(((p >> q)\&Equivalent(q, r)\&(\sim p\& \sim r)) >> (\sim p\& \sim r\& \sim q))$$

y obtenemos la salida True, con lo que $((p \rightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r) \wedge (\neg p \wedge \neg r) \rightarrow (\neg p \wedge \neg r))$ es una tautología, y por tanto el razonamiento es válido.

2. Tecleamos
$$simplify\_logic(((p >> q)\&\tilde{}Equivalent(q,r)\&(\sim p\& \sim r)) >> (\sim p\& \sim r\&q))$$
y obtenemos la salida True, con lo que $((p \to q) \wedge (\neg(q \leftrightarrow r)) \wedge (\neg p \wedge \neg r)) \to (\neg p \wedge \neg r \wedge q)$ es una tautología, y por tanto el razonamiento es válido.

C. Se definen los conjuntos A, B y C como sigue. El conjunto A estará formado por las 11 letras del abecedario que siguen a "d". El conjunto B estará formado por las letras distintas que se pueden formar con la palabra "vivadixiesubmarinetransmissionplot". El conjunto C estará formado por las letras del nombre y apellidos del alumno sin espacios. Por último, el conjunto universal será el de todas las letras del abecedario en castellano. Se pide obtener una simplificación para los siguientes conjuntos a partir de las sentencias de lógica de Python y una vez simplificada la expresión, aplicarla a los conjuntos definidos anteriormente y dar explícitamente el conjunto.

0. $(A \backslash B) \cap (A \cup C^c \cap B) \cap (A \triangle C)$.
1. $(A \backslash C) \cap (A \cup C \cap B^c) \cap (A \triangle C)$.
2. $(A \backslash B)^c \cap (A \cap C \cup B) \cap (A \triangle C)$.

Solución. En todos los casos importamos sympy y definimos las proposiciones p, q, r tecleando

```
from sympy import *
p,q,r=symbols('p q r')
```

Identificamos A con p, B con q y C con r.

0. Teniendo en cuenta que $A \setminus B = A \cap B^c$ y
$$A \triangle C = (A \setminus C) \cap (C \setminus A) = (A \cap C^c) \cap (C \cap A^c),$$
tecleamos
$$simplify\_logic(((p\& \sim q)\&(p| \sim r\&q)\&((p\& \sim r)|(r\& \sim p))))$$
y obtenemos la salida
$$p \wedge \neg q \wedge \neg r$$
que es el conjunto
$$A \cap B^c \cap C^c.$$
Introducimos ahora
```
A=set('defghijklm')
B=set('vivadixiesubmarinetransmissionplot')
C=set('nombreyapellidos')
U=set('qwertyuiopasdfghjklñzxcvbnm')
A&(U-B)&(U-C)
```
obteniendo la salida
$$\{'f', 'g', 'h', 'j', 'k'\},$$
por lo que
$$A \cap B^c \cap C^c = \{f, g, h, j, k\}.$$

1. Teniendo en cuenta que $A \setminus C = A \cap C^c$ y
$$A \triangle C = (A \setminus C) \cap (C \setminus A) = (A \cap C^c) \cap (C \cap A^c),$$
tecleamos
$$simplify\_logic(((p\& \sim r)\&(p|r\& \sim q)\&((p\& \sim r)|(r\& \sim p))))$$
y obtenemos la salida
$$p \wedge \neg r$$
que es el conjunto
$$A \cap C^c.$$
Introducimos ahora
```
A=set('defghijklm')
C=set('nombreyapellidos')
U=set('qwertyuiopasdfghjklñzxcvbnm')
A&(U-C)
```
obteniendo la salida
$$\{'f', 'g', 'h', 'j', 'k'\},$$
por lo que
$$A \cap C^c = \{f, g, h, j, k\}.$$

2. Teniendo en cuenta que $A \setminus B = A \cap B^c$ y

$$A \triangle C = (A \setminus C) \cap (C \setminus A) = (A \cap C^c) \cap (C \cap A^c),$$

tecleamos

$$simplify\_logic((\sim (p\& \sim q)\&(p\&r|q)\&((p\& \sim r)|(r\& \sim p))))$$

y obtenemos la salida

$$q \wedge (p \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg r)$$

que es el conjunto

$$B \cap (A \cup C) \cap (A^c \cup C^c).$$

Introducimos ahora

A=set('defghijklm')
C=set('nombreyapellidos')
U=set('qwertyuiopasdfghjklñzxcvbnm')
A&(U-C)

obteniendo la salida

$$\{\prime a\prime, \prime b\prime, \prime n\prime, \prime o\prime, \prime p\prime, \prime r\prime, \prime s\prime\},$$

por lo que

$$B \cap (A \cup C) \cap (A^c \cup C^c) = \{a, b, n, o, p, r, s\}.$$