

Apellidos y Nombre:

DNI/NIE:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Utilizando su DNI/NIE escriba los siguientes valores:

$$A = _____, \quad B = _____, \quad C = _____, \quad D = _____, \quad E = _____, \quad F = _____$$

A modo de ejemplo, si se tratase del DNI 22987654V, se tendrían los valores

$$A = 9, \quad B = 8, \quad C = 7, \quad D = 6, \quad E = 5, \quad F = 4.$$

Ahora se toman $c = C + 1$ y $d = D + 1$. Definimos $m = \min\{c, d\}$ y $M = \max\{c, d\} + 1$. En el DNI de ejemplo tendríamos $c = 8, d = 7, m = 7$ y $M = 9$.

1. Calcular la integral

$$\int \int_{\Omega} x^3 y^5 dx dy$$

donde Ω es la región acotada cuya frontera está delimitada por las siguientes curvas $y = 0, y = 2x, x^2 + y^2 = ax$ y $x^2 + y^2 = bx$, donde $a = m$ y $b = 5M$. Calcular además el área de Ω .

Solución. De las condiciones del problema, tenemos que $a < b/5$, por lo que

$$\begin{aligned} \int \int_{\Omega} x^3 y^5 dx dy &= \int_{a/5}^a \left(\int_{\sqrt{ax-x^2}}^{2x} x^3 y^5 dy \right) dx + \int_a^{b/5} \left(\int_0^{2x} x^3 y^5 dy \right) dx + \int_{b/5}^b \left(\int_0^{\sqrt{bx-x^2}} x^3 y^5 dy \right) dx \\ &= \frac{122032b^{10} - 122032a^{10}}{615234375}, \end{aligned}$$

tecleando

```
from sympy import *
a, b, x, y = symbols('a b x y')
integrate(x**3 * y**5, (y, sqrt(a*x - x**2), 2*x), (x, a/5, a))
+integrate(x**3 * y**5, (y, 0, 2*x), (x, a, b/5))
+integrate(x**3 * y**5, (y, 0, sqrt(b*x - x**2)), (x, b/5, b)).
```