

Apellidos y Nombre:

DNI/NIE:

$\underbrace{\phantom{0}}_{A}$   $\underbrace{\phantom{0}}_{B}$   $\underbrace{\phantom{0}}_{C}$   $\underbrace{\phantom{0}}_{D}$   $\underbrace{\phantom{0}}_{E}$   $\underbrace{\phantom{0}}_{F}$

Utilizando su DNI/NIE escriba los siguientes valores:

$$A = \underline{\quad}, \quad B = \underline{\quad}, \quad C = \underline{\quad}, \quad D = \underline{\quad}, \quad E = \underline{\quad}, \quad F = \underline{\quad}$$

A modo de ejemplo, si se tratase del DNI 22987654V, se tendrían los valores

$$A = 9, \quad B = 8, \quad C = 7, \quad D = 6, \quad E = 5, \quad F = 4.$$

Ahora se toman  $c = C + 1$  y  $d = D + 1$ . Definimos  $m = \min\{c, d\}$  y  $M = \max\{c, d\} + 1$ . En el DNI de ejemplo tendríamos  $c = 8$ ,  $d = 7$ ,  $m = 7$  y  $M = 9$ .

1. Calcular la integral

$$\int \int_{\Omega} x^3 y^5 dx dy$$

donde  $\Omega$  es la región acotada cuya frontera está delimitada por las siguientes curvas  $y = 0$ ,  $y = 2x$ ,  $x^2 + y^2 = ax$  y  $x^2 + y^2 = bx$ , donde  $a = m$  y  $b = 5M$ . Calcular además el área de  $\Omega$ .

**Solución.** De las condiciones del problema, tenemos que  $a < b/5$ , por lo que

$$\begin{aligned} \int \int_{\Omega} x^3 y^5 dx dy &= \int_{a/5}^a \left( \int_{\sqrt{ax-x^2}}^{2x} x^3 y^5 dy \right) dx + \int_a^{b/5} \left( \int_0^{2x} x^3 y^5 dy \right) dx + \int_{b/5}^b \left( \int_0^{\sqrt{bx-x^2}} x^3 y^5 dy \right) dx \\ &= \frac{122032b^{10} - 122032a^{10}}{615234375}, \end{aligned}$$

tecleando

```
from sympy import *
a, b, x, y = symbols('a b x y')
integrate(x**3 * y**5, (y, sqrt(a*x - x**2), 2*x), (x, a/5, a))
+integrate(x**3 * y**5, (y, 0, 2*x), (x, a, b/5))
+integrate(x**3 * y**5, (y, 0, sqrt(b*x - x**2)), (x, b/5, b)).
```