INGENIERÍA DE EDIFICACIÓN. MATEMÁTICAS BÁSICAS. Curso 2009/10.

Hoja 3: Números complejos.

1. Expresar los siguientes números complejos en forma binómica:

(a) $(1+i)^3$	(c) $\dfrac{2+3i}{3-4i}$	(e) $i^5 + i^{16}$	(g) $1 + i + i^2 + i^3$
(b) $\dfrac{1}{i}$	(d) $(1+\mathrm{i}\sqrt{3})^3$	(f) $2_{\pi/2}$	(h) $1_{\pi/4}$

2. Calcular las siguientes raíces:

(a) $\sqrt[3]{1}$	(c) $\sqrt[3]{i}$	(e) $\sqrt[6]{-8}$	(g) $\sqrt[4]{-1}$
(b) $\sqrt[8]{1}$	(d) $\sqrt{1-i}$	(f) $\sqrt{3+4i}$	(h) $\sqrt[3]{-2+2i}$

3. Calcular el módulo y el argumento de los siguientes números complejos:

(a) $2i$	(c) $-3i$	(e) -1	(g) $\sqrt[4]{-1}$
(b) 3	(d) $\dfrac{1+i}{\sqrt{2}}$	(f) $-3 + i\sqrt{3}$	(h) $\sqrt[3]{-2+2i}$

4. Hallar las partes real e imaginaria del complejo $z = \dfrac{1-i}{1+i}$.

5. Determinar x e y, para que se cumpla la igualdad $(1+i)(x+iy) = i$.

6. Escribir en forma binómica los números complejos siguientes, donde ρ denota el módulo y θ un argumento

a) $\rho = 2, \theta = \pi$	b) $\rho = 1, \theta = -\pi/4$
c) $\rho = \sqrt{2}, \theta = \pi/3$	d) $\rho = 2, \theta = -\pi/2$

7. ¿En qué vector se transforma $-\sqrt{3} + 3i$ al girarlo 90^o?.¿Qué ángulo es necesario girarlo para que el resultado sea $2\sqrt{3}i$?

8. Sea $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0$ un polinomio con coeficientes reales, esto es, $a_i \in \mathbb{R}$ para $0 \le i \le n$. Se pide:

   a) Comprobar que para todo $z \in \mathbb{C}$ se cumple la igualdad $p(\overline{z}) = \overline{p(z)}$.

   b) Usando el apartado anterior, probar que si z_0 es solución compleja de $P(z) = 0$, entonces su conjugado también es solución.

   c) Resolver las ecuaciones:

      1) $x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1 = 0$.
      2) $x^2 + 1 = 0$.
      3) $x^3 + 2 = 0$.
      4) $x^5 + 64 = 0$.
      5) $(x^2 + 4)(x-1)^2 = 0$.