Prácticas de Ampliación de Matemáticas, grupo B (curso 2004/5)

Condiciones generales

Aprobarán las prácticas de la asignatura aquellos alumnos que cumplan una de las siguientes condiciones:

- Ha asistido a todas las prácticas y ha entregado el ejercicio obligatorio.
- No ha asistido a todas las prácticas pero ha entregado el ejercicio voluntario.
- Además aquellos alumnos que hayan asistido a las prácticas y hayan entregado el ejercicio obligatorio, podrán obtener 1 punto realizando el ejercicio voluntario. Este punto se le contará en el examen final de la asignatura, estando exento de hacer uno de los ejercicios del examen que el dia del mismo se detallará.

Ejercicio obligatorio

Consiste en entregar los ejercicios 5, 6, 7, 8, 15, 16, 17, 20, 21, 22 y 23 del boletín de prácticas en el disquete.

Ejercicio voluntario

El ejercicio voluntario consiste en, usando únicamente los comandos conocidos por el alumno en las prácticas de la asignatura y en las prácticas de álgebra, obtener un algoritmo para calcular la integral de superficie de campos escalares y vectoriales, al igual que se hace para la integral de línea en las prácticas. Una vez obtenido el algoritmo, se pide resolver los siguientes problemas personalizados de la siguiente manera.

1. Tomar las cifras de vuestro D.N.I. y sumarlas dividiendo el resultado por 5. Aproximar el resultado utilizando 2 cifras decimales y dar a r dicho valor. Por ejemplo, si vuestro DNI es 22934234, el valor de $r = 5.8$.
2. Tomar vuestra fecha de nacimiento, por ejemplo $11 - 9 - 1971$, sumar los dígitos que aparecen y dividid por 2 y dad a a este valor. En el ejemplo $a = 14.5$.

Resolver los siguientes ejercicios:

Ejercicio 1 *Tomad el elipsoide dado por la ecuación*

$$\frac{x^2}{r^2} + \frac{4y^2}{r^2} + \frac{9z^2}{r^2} = 1.$$

Se pide

(a) Hallar una parametrización del elipsoide utilizando coordenadas del tipo esféricas.

(b) Obtener una gráfica del elipsoide.

(c) Tomar un punto arbitrario de la superficie (el que queráis) y calcular el plano tangente a la superficie en dicho punto.

(d) Calcular el volumen del elipsoide de forma exacta o aproximada.

(e) Sea el campo vectorial

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (x^2 y, y^2 x, z^3).$$

Calcular de forma exacta o aproximada la integral

$$\iint_S \mathrm{rot}\mathbf{F} dS.$$

Explica si el resultado te parece correcto razonando la respuesta.

Ejercicio 2 *Sea S la superficie formada por el cilindro de radio de la base r y altura a, junto con los círculos superior e inferior. Se pide:*

(a) Obtener una parametrización de S.

(b) Calcular una gráfica del cilindro, sin las tapas superior e inferior.

(c) Dado el campo escalar

$$f(x,y,z) = xy^2z^3$$

se pide

$$\iint_S f dS.$$

(d) Dado el campo vectorial

$$\mathbf{F}(x,y,z) = (xyz, x^2y^2, z^3),$$

comprobar que se verifica el Teorema de la divergencia, esto es que

$$\iint_S \mathbf{F} dS = \iiint_V \text{div}\mathbf{F} dxdydz,$$

donde V es el volumen encerrado por S.

Ejercicio 3 *Sea S la superficie generada por la gráfica de la función $f(x,y) = x^2 + y^2$ definida en $\Omega = \{(x,y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$. Sea el campo vectorial*

$$\mathbf{F}(x,y,z) = (axy, rxy, z^2).$$

Calcular

$$\iint_S \text{rot}\mathbf{F} dS$$

haciendo uso del Teorema de Stokes. Comprobar el resultado calculando posteriormente la integral de superficie directamente.

Normas para la presentación del trabajo.

1. El trabajo es **individual**. Deber llevar el nombre, DNI y fecha de nacimiento del alumno.
2. Cada apartado resuelto debe llevar un resumen teórico de los conceptos fundamentales y los resultados principales que intervienen en el mismo.
3. Los problemas deben hacerse utilizando el programa MATHEMATICA para hacer las cuentas, es decir, derivadas, integrales...
4. Deberá presentarse un disquete y un listado de las operaciones efectuadas con el programa.
5. El alumno se compromete a defender el trabajo en una entrevista con el profesor si éste lo citara para ello.