

## AMPLIACIÓN DE MATEMÁTICAS. AGRÍCOLAS

<b>Preguntas</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
<b>Puntuación obtenida</b>											

### Observaciones

1. Tienes que firmar el examen.

1. Necesitamos pedir un préstamo para ampliar nuestro semillero. Vamos a solicitar al banco y nos conceden un capital de 500000 euros que tenemos que devolver de acuerdo con el sistema de amortización francés continuo en 20 años. Nos fijan un tipo de interés fijo al 3% ¿Cuál es la cantidad mensual que debemos pagar mensualmente? ¿Cuál será la cantidad total que habremos pagado? ¿Cuántos intereses habremos pagado cuando acabemos de pagar?
2. Haz una representación del diagrama de fases del sistema para valores de la  $x$  e  $y$  positivos. Calcula todos los puntos críticos y clasifícalos. Di si este sistema representa o no a dos poblaciones que cooperan, compiten o son depredador-presa.

$$\begin{cases} x' = 1x + 2xy - 2x^2 \\ y' = 1y + 2xy - 5y^2 \end{cases}$$

3. Calcula el número de subintervalos que tenemos que hacer para garantizar que la regla del trapecio compuesta nos dé un error menor que  $10^{-5}$  al aproximar a  $\int_0^5 (e^x + \cos x + \sin x + x^2) dx$  (2.5 puntos).
4. Resuelve el problema de Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = 2e^{-1t} \\ y(0) = 3 \\ y'(0) = 4 \end{cases}$$

**Firma del alumno:**

**MATEMÁTICAS**  
**Examen parcial, Segunda parte**  
**28 de enero de 2012**

**Nombre y apellidos:**

**Fila y columna:**

**Instrucciones importantes**

1. Tienes que devolver la hoja del examen, en caso contrario no se te podrá corregir porque los exámenes son diferentes.
2. Cada vez que empieces un ejercicio hazlo en una cara nueva.
3. Pon tu nombre en todos los folios y también en éste.

**A la hora de entregar los ejercicios resueltos, además de entregar la resolución de todos los ejercicios con las cuentas que hayan sido necesarias, se incluirá una primera página en la que se mostrarán las soluciones de los diversos ejercicios realizados y esta página de enunciados.**

1. [2.5 punto] Calcula  $\log(1.01) + e^{0.01}$  cometiendo un error menor que  $10^{-5}$ .
2. [2.5 puntos] Recordamos que el espacio vectorial  $V = \mathbb{P}_{\mathbb{R}}^{(3)}[X]$ , de los polinomios de grado menor o igual que 3 con coeficientes reales y en la variable  $x$ , tiene dimensión 4 y tiene por base canónica a  $\beta_c = \{1, x, x^2\}$ . Se pide:
  - a) Calcular el polinomio de Taylor de orden 3 y centrado en  $a = 0$  de la función  $f(x) = \ln(\sin(x))$  (usa la definición del polinomio de Taylor en este apartado y los dos siguientes) (0.4 puntos).
  - b) Calcular el polinomio de Taylor de orden 3 y centrado en  $a = 0$  de la función  $g(x) = \cos(x^4)$  (0.4 puntos).
  - c) Calcular el polinomio de Taylor de orden 3 y centrado en  $a = 0$  de la función  $r(x) = 3 \log(1 + x^2)$  (0.4 puntos).
  - d) Calcular el polinomio de Taylor de orden 3 y centrado en  $a = 0$  de la función  $h(x) = 3e^x$  (0.4 puntos).
  - e) Ahora  $p_f, p_g, p_r$  y  $p_h$  son, respectivamente, los polinomios antes calculados de las funciones  $f, g, r$  y  $h$ . Demuestra que  $\beta = \{p_f, p_g, p_r, p_h\}$  es una base de  $V$  (0.4 puntos).
  - f) Calcula  $M_{\beta\beta_c}$  (0.4 puntos).

**Firma del alumno:**

**FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS**  
**Examen Final, Primera parte**  
**28 de enero de 2012**

Nombre y apellidos:

Fila y columna:

**Instrucciones importantes**

1. Tienes que devolver la hoja del examen, en caso contrario no se te podrá corregir porque los exámenes son diferentes.
2. Cada vez que empieces un ejercicio hazlo en una cara nueva.
3. Pon tu nombre en todos los folios y también en éste.

**A la hora de entregar los ejercicios resueltos, además de entregar la resolución de todos los ejercicios con las cuentas que hayan sido necesarias, se incluirá una primera página en la que se mostrarán las soluciones de los diversos ejercicios realizados y esta página de enunciados.**

1. [1 punto] Calcula  $\int x\sqrt{3-6x^2}dx$
2. [2 puntos] Estudia si la matriz que sigue es diagonalizable o no. Caso de ser diagonalizable da una matriz diagonal y una matriz de paso y escribe la relación entre todas ellas.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

3. [2 puntos] Considera las bases  $\beta = \{(1, 1, 1), (2, 1, 0), (1, 0, 0)\}$  y  $\beta' = \{(1, 3, 1), (6, 1, 0), (1, 0, 0)\}$

y la aplicación lineal  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  cuya definida por  $M_{\beta\beta'}(f) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ . Se pide calcular:

- a)  $M_{\beta_c\beta_c}(f)$  ( $\beta_c$  denota la base canónica de  $\mathbb{R}^3$ ).
- b) Ecuaciones de  $\text{Ker } f$  respecto de la base canónica.
- c) Una base de  $\text{Ker } f$  expresando las coordenadas de los vectores de la base en la base  $\beta$ .
- d) Ecuaciones de  $\text{Im } f$  respecto de la base canónica.
- e) Una base de  $\text{Im } f$  expresando las coordenadas de los vectores de la base en la base canónica.

**Firma del alumno:**

## PRIMER PARCIAL DE MATEMÁTICAS. PARTE I

Preguntas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Puntuación obtenida											

## Observaciones

1. Tienes que devolver la hoja de examen para que se pueda corregir.
2. Si tienes alguna pregunta sobre los enunciados (no sobre la resolución) puedes levantarte a preguntarle al profesor.
3. Te puedes levantar a coger más folios en blanco cuando los necesites.
4. Sólo puedes tener sobre la mesa bolígrafo, calculadora **no científica** y DNI o pasaporte.
5. Tienes que firmar el examen.
6. Duración: 1,5 horas.

1. Recordamos que el espacio vectorial  $V = \mathbb{P}_{\mathbb{R}}^{(2)}[X]$ , de los polinomios de grado menor o igual que 2 con coeficientes reales y en la variable  $x$ , tiene dimensión 3 y tiene por base canónica a  $\beta_c = \{1, x, x^2\}$ . Se pide:
  - a) Calcular el polinomio característico de orden 2 y centrado en  $a = 0$  de la función  $f(x) = \text{lsen}(x)$  (usa la definición del polinomio de Taylor en este apartado y los dos siguientes) (0.4 puntos).
  - b) Calcular el polinomio característico de orden 2 y centrado en  $a = 0$  de la función  $g(x) = \text{cos}(x^4)$  (0.4 puntos).
  - c) Calcular el polinomio característico de orden 2 y centrado en  $a = 0$  de la función  $h(x) = 3 \log(1 + x^2)$  (0.4 puntos).
  - d) Ahora  $p_f, p_g$  y  $p_h$  son, respectivamente, los polinomios antes calculados de las funciones  $f, g$  y  $h$ . Demuestra que  $\beta = \{p_f, p_g, p_h\}$  es una base de  $V$  (0.4 puntos).
  - e) Calcula  $M_{\beta\beta_c}$  (0.4 puntos).
2. Sean  $U = \{(x, y, z, t, u) \in \mathbb{R}^5 : 1x+2z+3u = 1z+2u = 2u = 0\}$  y  $V = \langle (0, 0, 0, 0, 1), (0, 2, 0, 3, 0) \rangle$ . Se pide:
  - a) Una base de  $U$  (0.3 puntos).
  - b) Una base de  $V$  (0.2 puntos).
  - c) Ecuaciones de  $V$  respecto de la base canónica (0.3 puntos).
  - d) Ecuaciones de  $U + V$  (0.3 puntos).
  - e) Base de  $U + V$  (0.3 puntos).  
 $\beta_{U+V} = \{(0, 1, 0, 0, 0), (0, 0, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 0, 1)\}$
  - f) Ecuaciones de  $U \cap V$  (0.3 puntos).  
 $U \cap V = \{(x, y, z, t, u) \in \mathbb{R}^5 : x = z = u = 2t - 3y = 0\}$

g) Base de  $U \cap V$  (0.3 puntos).

$$\beta_{U+V} = \{(0, 2, 0, 3, 0)\}$$

3. Calcula la primitiva  $\int \frac{\sqrt{\arctan(3x)}}{1+9x^2} dx$  (1 punto).

**PRIMER PARCIAL DE MATEMÁTICAS. PARTE II**

<b>Preguntas</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
<b>Puntuación obtenida</b>											

**Observaciones**

1. Tienes que devolver la hoja de examen para que se pueda corregir.
2. Si tienes alguna pregunta sobre los enunciados (no sobre la resolución) puedes levantarte a preguntarle al profesor.
3. Te puedes levantar a coger más folios en blanco cuando los necesites.
4. Sólo puedes tener sobre la mesa bolígrafo, calculadora **no científica** y DNI o pasaporte.
5. Tienes que firmar el examen.
6. Duración: 1,5 horas.

1. Estudia si la matriz que sigue es diagonalizable o no. Caso de ser diagonalizable da una matriz diagonal y matrices de paso y escribe la relación entre todas ellas (3 puntos).

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Calcula una aproximación de  $1e^{0.01} + 2\cos(0.01)$  cometiendo un error menor que  $10^{-4}$  (2 puntos).

## SEGUNDO PARCIAL DE MATEMÁTICAS (PARTE II)

Preguntas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Puntuación obtenida											

## Observaciones

1. Tienes que devolver la hoja de examen para que se pueda corregir.
2. Si tienes alguna pregunta sobre los enunciados (no sobre la resolución) puedes levantarte a preguntarle al profesor.
3. Te puedes levantar a coger más folios en blanco cuando los necesites.
4. Sólo puedes tener sobre la mesa bolígrafo, calculadora **no científica** y DNI o pasaporte.
5. Tienes que firmar el examen.
6. Duración: 1.5 horas.

1. Calcula el volumen de un cono de altura 3 y de radio de la base 9 (2 puntos).
2. Sean  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  y  $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  definidas por

$$f(x, y) = (1x^2 + 2y^2, 3x^2 + 6y^2, 2x^3y^3) \quad g(x, y, z) = z^1 + 2zy.$$

Calcula el plano tangente a la superficie  $z = g \circ f(z, y)$  en el punto  $(1, 1, g \circ f(1, 1))$  (2 puntos).

3. Describe en coordenadas esféricas el recinto  $\Omega = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 17^2, x < 0, y > 0, z > 0\}$  (0.3 puntos).
4. Describe en coordenadas cilíndricas el recinto  $\Omega = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 14^2, x < 0, y < 0, z > 0\}$  (0.3 puntos).