

Examen de Teoría. Convocatoria Febrero 2011

- (1 **pto**) Explica brevemente en qué consiste el método de los elementos finitos para resolver un problema de cálculo de Variaciones. *Indicación:* se puede tomar como modelo el ejemplo de la cuerda elástica estudiado en clase. Entre otros, se han de explicar claramente los conceptos de forma débil de la ecuación de Euler-Lagrange y funciones de forma.
- (1 **pto**) Un fabricante de sillas produce cuatro modelos distintos, A, B, C y D, para los que emplea madera, tejido, y mano de obra en su fabricación. Las cantidades necesarias de los recursos utilizados en la elaboración de cada modelo, las cantidades disponibles de cada uno de los recursos, así como el precio de venta de las sillas se muestran en la siguiente tabla:

	A	B	C	D	Disponibilidad
Madera	2	1	2	3	200
Tejido	3	5	3	2	225
Mano de obra	2	1	5	2	300
Precio de venta	50	20	60	30	

Obviamente, el fabricante desea maximizar los beneficios. Escribe un modelo matemático para este problema.

- (2 **ptos**) Resuelve el siguiente problema de Cálculo de Variaciones

$$\left\{ \begin{array}{l} \underset{u \in \mathcal{A}}{\text{Minimizar}} \quad I(u) = \frac{1}{2} \int_0^1 u'(x)^2 dx \\ \mathcal{A} = \{u \in C^1([0, 1]) : u(1) = 1, \quad \int_0^1 u(x) dx = 1\} \end{array} \right.$$

- (3 **ptos**) Resuelve el siguiente problema de control óptimo

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Minimizar en } (u_1, u_2) : \quad J(u_1, u_2) = \int_0^4 (u_1^2(t) + u_2^2(t)) dt \\ \text{sujeto a} \\ \quad x_1'(t) = x_2(t) + u_1(t) \\ \quad x_2'(t) = u_2(t) \\ \quad x_1(0) = x_2(0) = 1 \\ \quad x_2(4) = 0, \end{array} \right.$$

donde $x(t) = (x_1(t), x_2(t))$ es el estado y $u(t) = (u_1(t), u_2(t))$ el control.

Indicaciones: Duración: 2h. No se permite el uso de calculadora.