

Reconstrucción polinómica local de flujos numéricos para leyes de conservación

Resumen

Los métodos ENO (esencialmente no oscilatorios), construidos por Harten, Osher, Engquist y Chakravarty [1], [2], [3] son una clase de métodos numéricos "shock capturing" de alto orden para sistemas de leyes de conservación hiperbólicas. Con estos métodos se han obtenido excelentes resultados para gran variedad de problemas. Por otra parte, en [4] Marquina introduce el PHM (piecewise harmonic method), un nuevo método local "shock capturing" de tercer orden. La mayor ventaja de este método con respecto a sus predecesores es su carácter local.

En este trabajo, se construye un método polinómico local "shock capturing" de orden tres para leyes de conservación hiperbólicas. Nuestra reconstrucción es análoga a la introducida por Marquina [4] para el PHM, pero usando polinomios en lugar de hipérbolas. Así el método será más ventajoso desde el punto de vista computacional. Para completar el esquema usaremos una familia especial de métodos Runge-Kutta introducidas por Shu y Osher [5] que mantienen la propiedad TVD.

Con respecto a los métodos ENO y TVD, la mayor ventaja será también su carácter local (dependiendo los flujos de menos variables) y así, obteniendo mejor resolución en las esquinas y sin las típicas oscilaciones producidas al aumentar el soporte de los métodos.

Se hará un estudio teórico-práctico del método donde se comparará con los métodos clásicos de alto orden. Se demostrará que el método introducido tiene variación total localmente acotada, propiedad fundamental sin la cual no se puede asegurar L_1 -convergencia a una solución débil de la ecuación. Se presentarán los resultados numéricos de diversas leyes de conservación, donde se testará la robustez del método introducido. Se estudiarán ecuaciones en 1 y 2 dimensiones, así como las ecuaciones clásicas de Euler. Se verá que el método no es muy sensitivo a la condición CFL y a la discretización, lo que supone dos nuevas ventajas respecto a los métodos clásicos. Además, se verá que el método es estable en presencia de discontinuidades y con poca viscosidad.

Referencias

- [1] Harten and Osher, Uniformly high order accurate nonoscillatory scheme I, SIAM J.Numer.Anal.,24 (1987), pp.1-23.

- [2] Harten, Osher, Engquist and Chakravarty, Some results on uniformly high-order accurate essentially non-oscillatory schemes, *Appl.Numer. Math.*, 2 (1987), pp.347-377.
- [3] Harten, Engquist, Osher and Chakravarty, Uniformly High Order Accurate Essentially Non-Oscillatory schemes III, *Journal Comput. Phys.* 71 (1987), pp.231-303.
- [4] Marquina, Local piecewise hyperbolic reconstruction of numerical fluxes for non-linear scalar conservation laws, *SIAM J.Sci.Comput.*, 15-4 (1994), pp.892-915.
- [5] Shu and Osher, Efficient implementation of essential non-Oscillatory shock capturing schemes, *J.Comput.Phys.*, 77(1987), pp.231-303.