



Ingeniero Técnico Industrial
(Electricidad y Electrónica Industrial)
Curso 00/01
Asignatura: “Variable compleja y transformadas”
12 de diciembre del 2000.

Cuestiones.

- Indica, justificando la respuesta, si las afirmaciones siguientes son verdaderas o falsas:
 - Existe una función entera, $f \in \mathcal{H}(\mathbb{C})$, de forma que $f(1+i) \neq f(1-i)$ y $|f(z)| \leq 1$, $\forall z \in \mathbb{C}$.
 - Existe una función $f \in \mathcal{H}(B_1(0))$ de forma que $f(i/2) \neq 0$ y $f^{(n)}(0) = 0$, para cada $n \geq 0$.
 - Existe una función f holomorfa en el conjunto $D = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z > 0\}$, tal que

$$f'(z) = \frac{i}{z+i},$$

para cada $z \in D$.

- Dada la función $f(z) = \operatorname{sen} z / (z - \pi)^2$:
 - Determina sus singularidades. Clasifícalas y calcula el residuo en las mismas.
 - Calcula el valor de la integral de f a lo largo de la circunferencia de centro $z_0 = 3$ y radio $r = 2$ recorrida en el sentido positivo (contrario al de las agujas del reloj).

Problemas.

- Dada la función

$$f(z) = \frac{\cos z}{z} + \frac{1}{z(z+1)^2}$$

Calcula su serie de Laurent alrededor del punto $z_0 = 0$ en los anillos:

- (a) $\{z \in \mathbb{C} : 0 < |z| < 1\}$, (b) $\{z \in \mathbb{C} : 1 < |z|\}$

- Calcula las siguientes integrales:

(a) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{(x^2+1)(x-\pi)} dx$, (b) $\int_0^{+\infty} \frac{x^2 \cos x}{(x^2+2)^2} dx$

3. Resuelve el siguiente problema de Cauchy:

$$\left. \begin{aligned} y''(t) + \beta y(t) &= \phi(t) \\ y(0) &= 0, \quad y'(0) = 1 \end{aligned} \right\}$$

siendo ϕ la función,

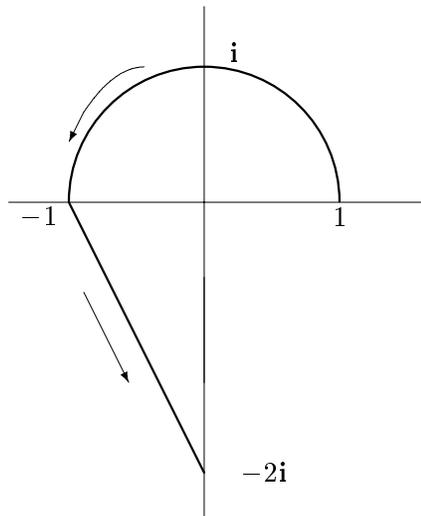
$$\phi(t) = \begin{cases} t, & t \leq 1 \\ 1, & t > 1 \end{cases}$$

y suponiendo que $\beta > 0$.

4. Calcula la integral de la función

$$f(z) = \frac{i}{z} + (\bar{z})^2 \cos(\bar{z})$$

a lo largo de la curva γ , cuyo rango se representa en la figura.



NOTA:

- Las dos cuestiones valen 1,25 puntos cada una de ellas.
- Los problemas, de los que el alumno **deberá elegir tres**, tienen una puntuación máxima de 2,5 puntos.