

- Supongamos que una molécula de metano, en estado de equilibrio, tiene sus cuatro hidrógenos en las posiciones $r_1 = (a, a, a)$, $r_2 = (a, -a, -a)$, $r_3 = (-a, a, -a)$, $r_4 = (-a, -a, a)$, con el carbono en el centro. El momento dipolar de cada enlace viene dado por $\mu_i = \kappa r_i$, $1 \leq i \leq 4$, con κ una constante. Calcula el momento dipolar total $\mu = \sum_{i=1}^4 \mu_i$.
- Comprueba si los siguientes sistemas de vectores son LI, SG y/o base de los espacios vectoriales correspondientes, hallando en cada caso el rango del sistema:
 - $S_1 = \{(1, 1, 1); (1, 2, 1); (1, 3, 2)\}$ de \mathbb{R}^3 sobre \mathbb{R} .
 - $S_2 = \{(1, 2, 3, 0); (4, 3, 4, -16); (7, 3, 4, 5)\}$ de \mathbb{R}^4 sobre \mathbb{R} .
 - $S_3 = \{(1, 0, 0, -1); (2, 1, 1, -2); (0, 1, 1, 0); (1, 1, 1, -1)\}$ de \mathbb{R}^4 sobre \mathbb{R} .
 - $S_4 = \{(4, -5, 7); (3, 3, 4); (1, 1, -2); (2, -1, 1)\}$ de \mathbb{R}^3 sobre \mathbb{R} .
 - $S_5 = \{(1, i, 2); (0, 1, -2i); (3, 1, 5)\}$ de \mathbb{C}^3 sobre \mathbb{R} . ¿Qué ocurre si el cuerpo es \mathbb{C} ?
 - $S_6 = \{(1, 0, -1); (i, 2, 0); (1, -2i, 0); (0, 2i, -1)\}$ de \mathbb{C}^3 sobre \mathbb{R} . ¿Qué ocurre si el cuerpo es \mathbb{C} ?
 - $S_7 = \{1 + x; x + x^2; 1 + x^2\}$ de $\mathbb{P}_2[\mathbb{R}] = \{\text{polinomios de grado menor o igual que 2}\}$ sobre \mathbb{R} .
 - $S_8 = \{(2, 0, 0); (3, 2, 0); (4, 3, x)\}$ (con $x \in \mathbb{R}$) de \mathbb{R}^3 sobre \mathbb{R} .
- ¿Cuáles de los siguientes subconjuntos de \mathbb{R}^3 son subespacios vectoriales de \mathbb{R}^3 ?
 - $\{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : x_1 = x_2\}$.
 - $\{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : x_1 = 1\}$.
 - $\{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : x_1 x_2 x_3 = 0\}$.
 - $\{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : x_1 + x_2 + x_3 = 0\}$.
- Consideremos la base $B = \{(1, -1); (2, 0)\}$ de \mathbb{R}^2 . Se pide:
 - Representa gráficamente la base B en \mathbb{R}^2 .
 - Encuentra la expresión del vector $v = (5, 3)$ en la base B .
 - Si C es la base canónica de \mathbb{R}^2 halla las matrices cambio de base $M_{B \rightarrow C}$ y $M_{C \rightarrow B}$.
- Consideremos las siguientes bases de \mathbb{R}^2 : $B = \{(0, 2); (1, 3)\}$ y $B' = \{(1, 1); (1, -1)\}$. Se pide:

- (a) Dibuja las bases B y B' .
- (b) Halla las matrices cambio de base de B a B' y de B' a B , así como las ecuaciones del cambio de base de B a B' y de B' a B .
- (c) Si u y v son vectores de \mathbb{R}^2 tales que $u_B = (-3, 5)$ y $v_{B'} = (0, 2)$, halla $u_{B'}$ y v_B .
6. Encuentra una base, ecuaciones paramétricas y ecuaciones implícitas de cada uno de los siguientes subespacios vectoriales de \mathbb{R}^4 :
- a) $W_1 = \langle \{(2, -1, 0, 1); (-2, 1, -3, 2)\} \rangle$.
- b) $W_2 = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x - y + z + t = 0, y - z = 0\}$.
- c) $W_3 = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x - 2y + z = 0\}$.
- d) $W_4: \begin{cases} x = \lambda + \alpha + \beta \\ y = \lambda - \alpha + 3\beta \\ z = \lambda + 2\alpha \\ t = 2\lambda + 3\alpha + \beta \end{cases}$
- e) $W_5 = \langle \{(1, -1, 0, 1); (2, -1, 0, 2); (-1, 2, 0, -1)\} \rangle$.
7. Determina unas ecuaciones implícitas de los siguientes subespacios vectoriales de \mathbb{R}^4
- $U = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x + y + z - t = 0, x + 2y - z = 0\}$ y $W = \langle \{(1, -1, 0, 3); (2, 1, -1, 2)\} \rangle$, así como también de $U \cap W$ y de $U + W$. Concluye si la suma es directa o no.