

1. Encuentra la solución general de las siguientes ecuaciones:

(a) $y' = \frac{3x^2}{y}$

(b) $y' = 4xy^2$

(c) $y' = 3x^2y$

(d) $y^2y' = e^x$

(e) $y' = y(y - 1)$

(f) $y' = \frac{y}{x}$

(g) $y' + 2y = 4$

(h) $y' + 3y = e^{-3x}$

(i) $y' + (2 \tan x)y = \sin x$

(j) $y' + \frac{2y}{x} = 2 \cos x$

(k) $y' + ax^2y = bx^2$

(l) $y' + a\frac{y}{x} = x^2$

(m) $y' - \frac{1}{x}y = x^2$

(n) $y' \cos x + y \sin x = 1$

(o) $y' - \frac{2ax}{1+x^2}y = 2x; \quad a \neq 0, 1$

(p) $(\sin^2 x - y) dx = \tan x dy$ (q) $y' = y - \ln x + \frac{1}{x}$

2. Resuelve los siguientes problemas de valor inicial:

(a)
$$\begin{cases} y' = \frac{y+2}{x-3} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

(b)
$$\begin{cases} y' = e^{x+y} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

(c)
$$\begin{cases} y' = \frac{x^2-1}{2y+1} \\ y(0) = -1 \end{cases}$$

(d)
$$\begin{cases} y' = \frac{x+y}{x} \\ y(1) = 2 \end{cases}$$

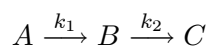
(e)
$$\begin{cases} 2xyy' = -(x^2+y^2) \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

(f)
$$\begin{cases} xy^3y' = x^4 + y^4 \\ y(2) = 0 \end{cases}$$

(g)
$$\begin{cases} y' = 3x^2y + x^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

(h)
$$\begin{cases} y' + y = e^{-x} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

3. El proceso químico formado por dos pasos consecutivos de primer orden

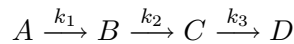


se modela matemáticamente por medio de las dos ecuaciones diferenciales

$$\begin{cases} \frac{d[A]}{dt} = -k_1[A] \\ \frac{d[B]}{dt} = k_1[A] - k_2[B] \end{cases}$$

Supongamos que las concentraciones iniciales son $[A]_0 = a$, $[B]_0 = [C]_0 = 0$, y que las concentraciones en el tiempo t son $[A] = a - x(t)$, $[B] = y(t)$ y $[C] = x(t) - y(t)$. Calcula las concentraciones en el tiempo t para los casos: (i) $k_1 = 1$, $k_2 = 10$, (ii) $k_1 = k_2 = 1$, y (iii) $k_1 = 1$, $k_2 = 0,1$. Representa gráficamente las soluciones obtenidas en los tres casos para $0 \leq t \leq 10$.

4. El proceso químico formado por tres pasos consecutivos de primer orden



está modelado matemáticamente por medio del sistema

$$\begin{cases} \frac{d(a-x)}{dt} = -k_1(a-x) \\ \frac{d(y)}{dt} = k_1(a-x) - k_2y \\ \frac{d(z)}{dt} = k_2y - k_3z \\ x(0) = y(0) = z(0) = 0 \end{cases}$$

donde $(a-x)$, y , z son las concentraciones de A , B , y C , respectivamente, en el tiempo t . Supongamos que $k_1 \neq k_2$, $k_1 \neq k_3$ y $k_2 \neq k_3$. Calcula C como función de t .

5. Consideremos un circuito eléctrico tipo RL formado por una resistencia y una bobina. Las leyes de Ohm y Kirchhoff establecen que la intensidad I de corriente eléctrica que circula por el circuito en el tiempo t obedece la ecuación

$$L \frac{dI}{dt} + RI = E$$

donde las constantes L y R representan la inductancia y la resistencia, y E es la fuerza electromotriz generada por el generador o la batería. En el caso de corriente continua $E = E_0$, constante. Resuelve el siguiente problema e interpreta físicamente la solución obtenida:

$$\begin{cases} L \frac{dI}{dt} + RI = E_0, & t > 0 \\ I(0) = 0. \end{cases}$$

6. Para un circuito tipo RC formado por una resistencia y un condensador, la intensidad de corriente I satisface la ecuación diferencial

$$L \frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = \frac{dE}{dt}$$

donde la constante C representa la capacitancia del condensador. Resuelve la ecuación anterior para la condición inicial $I(0) = 0$ en los casos: (i) $E = E_0$, constante, y (ii) $E(t) = E_0 \sin(\omega t)$.