Curso 2021/2022
Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales
Cálculo Numérico
Problemas Tema 5
Integración numérica

1. Al efectuar un estudio de la línea de ensamble de una planta de automóviles, en un periodo de 24 horas, se consideran dos puntos sobre la línea de montaje, y en instantes de tiempo diferentes a lo largo del día se controla el número de automóviles que pasan por dichos puntos durante un minuto. Obteniéndose la siguente tabla:

Punto A		Punto B	
Tiempo	Autos/minuto	Tiempo	Autos/minuto
$0:00$	3	0,00	3
$2:00$	3	$1:00$	3
$3:00$	5	$4:00$	5
$6:00$	4	$5:00$	2
$9:00$	5	$7:00$	1
$11:00$	6	$10:00$	4
$14:00$	2	$13:00$	3
$17:00$	1	$15:00$	4
$18:00$	1	$21:00$	6
$19:00$	3	$22:00$	1
$20:00$	4	$23:00$	3
$24:00$	6	$24:00$	6

Determina el valor total de automóviles que pasa por cada uno de los puntos de montaje a lo largo de todo el día.

2. Para un estudio sobre el gasto de una empresa, se han obtenido experimentalmente los siguientes datos

t	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6
$f(t)$	3,12014	4,42569	6,04241	8,03041	10,46675

correspondientes al consumo eléctrico de una máquina en un periodo de 0.8 horas. Estima el consumo de dicha máquina durante todo ese periodo de tiempo.

3. Para simular las características térmicas de los frenos de disco, Secrist y Hornbeck necesitaron calcular la temperatura exterior promediada en el área T del cojín del freno a partir de la ecuación:

$$T = \frac{\int_{r_e}^{r_o} T(r)\, r\theta_p dr}{\int_{r_e}^{r_o} r\theta_p dr}$$

siendo r_e el radio para el cual el cojín de freno empieza a hacer contacto, r_0 el radio exterior de contacto, θ_p el ángulo comprendido por el sector de cojín de freno y $T(r)$ la temperatura en cada punto obtenida experimentalmente. Para un disco determinado

$$r_e = 0{,}308 \qquad r_0 = 0{,}478 \qquad \theta_p = 0{,}7051$$

y las temperaturas en F dadas por

r	0,308	0,342	0,376	0,410	0,444	0,478
$T(r)$	640	885	1034	114	1204	1239

Estima el valor de T utilizando la regla del trapecio y las reglas de Simpson adecuadas, compara los resultados.

4. Para un determinado trabajo hidráulico se precisa conocer la capacidad de los canales con una cierta área transversal. A falta de otros medios para el cálculo de áreas, debido en parte al desconocimiento del fondo del canal, se realizan distintas medidas de la profundidad a lo largo de la sección transversal obteniéndose la siguiente tabla de valores:

Longitud de sección	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
Profundidad	0,0	1,8	2,0	4,0	4,0	6,0	4,0	3,4	3,6	2,8	0,0

calcula el área transversal utilizando la regla del trapecio y las de Simpson.

5. Aproxima la integral
$$\int_0^{2\pi} x\operatorname{sen}(x)\,dx$$
mediante el método de integración de Gauss-Legendre y Clenshaw-Curtis para 2 y 3 nodos. Compara con el valor exacto de la integral.

6. Calcula usando la regla del trapecio las siguientes integrales

a) $\int_1^3 \frac{dx}{x}$	$n=4$	b) $\int_0^2 x^3 dx$	$n=4$
c) $\int_0^{2\pi} x\operatorname{sen}(x)\,dx$	$n=8$	d) $\int_0^1 x^2 e^x dx$	$n=8$

7. Repite el ejercicio anterior utilizando la regla de Simpson 1/3 y estima el error que se comete en cada caso, compara con el valor exacto.

8. Calcula el número de puntos necesarios para que la aproximación por el método de Simpson 1/3 de
$$\int_0^{\pi/4} \tan(x)\,dx$$
produzca un error menor que 10^{-5}.

9. Una partícula de masa m que se mueve a través de un fluido está sujeta a una resistencia viscosa R que es función de la velocidad v. La relación entre la resistencia R, la velocidad v y el tiempo t está dado por la ecuación
$$t = \int_{v(t_0)}^{v(t_1)} \frac{m}{R(u)\,du}$$
Si suponemos que
$$R(v) = -v\sqrt{v}$$
para un fluido particular, donde R está dado en newtons y v en ms^{-1}. Si $m = 10Kg$, y $v(0) = 10ms^{-1}$, aproxima el tiempo requerido para que la partícula reduzca su velocidad a $v = 5ms^{-1}$, usando, las reglas de Simpson y Trapecio con $h = 0{,}25$. Calcula el valor real y compara el error cometido.