industriales
etsii UPCT

Curso 2021/2022
Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales
Cálculo Numérico
Problemas Temas 4
Interpolación

1. Utiliza los polinomios interpolantes de Lagranges apropiados, de grado 1, 2, 3 y 4 para aproximar:

x	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8
$f(x)$	0,5103757	0,5207843	0,5104147	0,4813306	0,4359160

2. Utiliza los valores de la siguiente tabla para construir un polinomio de Lagrange de grado ≤ 2 . Encuentra una aproximación para $\operatorname{sen} 0{,}34$ y calcula una cota del error en esta aproximación:

$\operatorname{sen} 0{,}30$	$\operatorname{sen} 0{,}32$	$\operatorname{sen} 0{,}35$
0,29552	0,31457	0,34290

Agrega el valor $\operatorname{sen} 0{,}33 = 0{,}32404$ a los datos anteriores y construye un polinomio de Lagrange de grado ≤ 3. Aproxima el $\operatorname{sen} 0{,}34$ y encuentra una cota del error.

3. Sea $f(x) = 3xe^x - 2e^x$. Aproxima $f(1{,}03)$ usando el polinomio interpolante de grado ≤ 2, con $x_0 = 1, x_1 = 1{,}05, x_2 = 1{,}07$. Compara el error real con la cota del error obtenida mediante la fórmula de error.

4. Supón que se desea construir tablas con 6 cifras para la función $\log x$, desde $x = 1$ hasta $x = 10$, de tal manera que la interpolación lineal sea exacta en 6 lugares decimales. Determina el tamaño del paso más grande posible para esa tabla.

5. Utiliza el método de diferencias divididas de Newton para calcular $\sqrt{2}$ utilizando $f(x) = 2^x$ y los nodos $x_0 = -2$, $x_1 = -1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 1$ y $x_4 = 2$. Compara con el valor exacto.

6. Para evaluar el desgaste que sufre una determinada máquina se mide éste en distintos momentos, obteniéndose la siguiente tabla

t	1	2	3,5	4	6
Desgaste	0,5	1,2	1,1	1,5	1,7

Calcula el momento o momentos de máximo desgaste con el fin de instalar un sistema de refrigeración en dicho instante.

7. Con los datos de la siguiente tabla construye el polinomio de interpolación utilizando los métodos de Lagrange y Newton.

x	0,0	1,0	2,0	3,0
$f(x)$	1,0	4,0	15,0	40,0

8. Aproxima $\sqrt{3}$ usando el método del baricentro en la función $f(x) = 3^x$, para los valores $x_0 = -2, x_1 = -1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 2$

9. Utiliza el método del baricentro para aproximar $f(-0{,}78)$ para la función $f(x) = x^2 e^x \cos x$, usando $x_0 = -1, x_1 = -0{,}9, x_2 = -0{,}8, x_3 = -0{,}7, x_4 = -0{,}6$.

10. Calcula, usando las fórmulas de Lagrange y del baricentro, el polinomio interpolador de grado 3 para los datos

x	1	0	3	7
$f(x)$	2	0	4	7

11. Consideremos la función lineal $T : [-1; 1] \longrightarrow [a; b]$, definida como

$$T(x) = \frac{b-a}{2}x + \frac{a+b}{2}$$

Consideremos el caso $a = 0$ y $b = 10$. Dibuja dicha función y elabora un código en Octave para aplicar los nodos de Chebyshev $x_j = \cos\left(\frac{j\pi}{n}\right)$, $j = 0, \ldots, n$ sobre el intervalo $[0, 10]$. Ejecuta el código para $n = 5; 10; 50$ y observa cómo la densidad de los nodos es mayor en los extremos.

12. Consideremos los nodos bi-dimensionales (x_i, y_i), $i = 0, 1, 2, 3, 4$, con $x_i = i$ e $y_i = i$, sobre el cuadrado $[0, 4] \times [0, 4]$. Se pide:

   $a)$ A partir de los polinomios de Lagrange $\boldsymbol{l}_i^x(x)$ y $\boldsymbol{l}_j^y(y)$,asociados a los nodos anteriores, construye la base producto tensorial correspondiente para interpolación en el cuadrado $[0, 4] \times [0, 4]$.

   $b)$ (OCTAVE) Elige 15 datos z_{ij} y calcula el polinomio interpolador que pasa por dichos datos en los nodos (x_i, y_j). Dibújalo en Octave.

   $c)$ (OCTAVE) A partir de la base de B-splines $B_i(x)$ y $B_j(x)$, construye la base producto tensorial resultamente para el cuadrado y nodos anteriores. Para los mismos 15 datos z_{ij} anteriores, calcula el spline que pasa por dichos datos en los nodos (x_i, y_j). Dibújalo en Octave.
