

Pruebas de Acceso a Estudios Universitarios (Bachillerato L. O. G. S. E.)**Materia: MATEMÁTICAS II**

La prueba consta de cuatro bloques de dos preguntas cada uno. Debes contestar **una pregunta de cada bloque**. Todas las preguntas puntúan por igual (2'5). Puedes usar cualquier tipo de calculadora.

PRIMER BLOQUE

A. Determina los valores $a, b, c \in \mathbb{R}$ para que la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ pase por el origen de coordenadas, tenga un punto de inflexión en $x = -1$, y su recta tangente en $x = 1$ tenga pendiente 3.

B. Enuncia el teorema de Rolle. En los ejemplos siguientes $f(-2) = f(2)$ pero no hay ningún valor $c \in (-2, 2)$ tal que $f'(c) = 0$. Justifica en cada caso por qué no contradicen el teorema de Rolle.

a) $f(x) = \frac{1}{x^4}$, b) $g(x) = 2 - |x|$. (Nota: $|x|$ representa el valor absoluto de x)

SEGUNDO BLOQUE

A. Calcula la integral indefinida $\int \frac{x+2}{x^2-2x+1} dx$

B. Dadas las funciones $f(x) = x^2 - 1$ y $g(x) = 1 - x$: a) Esboza el recinto encerrado entre sus gráficas. b) Calcula el área de dicho recinto.

TERCER BLOQUE

A. a) Despeja la matriz X en función de A e I_2 en la ecuación $(X + A)^2 = X^2 + X \cdot A + I_2$, siendo X y A matrices cuadradas de orden dos, e I_2 la matriz identidad de orden dos.

b) Resuelve la ecuación $B \cdot X + B^2 = I_2$, si $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ e I_2 la matriz identidad de orden dos.

B. A un compañero le piden que clasifique y resuelva el sistema
$$\begin{cases} 3x - ky = 3 \\ y + 3z = 6 \\ x + kz = 5 \end{cases}$$
 para el valor del

parámetro $k \in \mathbb{R}$ que él desee. Obtiene, correctamente para dicho valor, que el sistema es compatible indeterminado, y que una expresión de sus soluciones en forma paramétrica es $x = 1 + 2t, y = \dots, z = \dots$. Determina para qué valor del parámetro k ha clasificado y resuelto el sistema, y calcula las expresiones de las incógnitas “ y ” y “ z ” que le faltan.

CUARTO BLOQUE

A. El plano α , de ecuación general $x + y + z = 10$, corta a las rectas $r_1: x = y = 1$, $r_2: y = z = 2$, y $r_3: x = z = 3$ en los puntos **A**, **B** y **C** respectivamente. Se pide:

a) Halla el volumen del tetraedro cuyos vértices son **A**, **B**, **C** y **D** (1, 2, 3).

b) Determina la distancia desde el vértice **D** hasta la cara opuesta del tetraedro.

B. a) Halla un punto de la recta $r \equiv \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = -1 \end{cases}$ equidistante de los puntos **P** (-1, 2, 1) y **Q** (0, 3, 1).

b) Calcula la ecuación implícita de un plano π de modo que el simétrico del punto **P** respecto del plano π sea el punto **Q**.