industriales
etsii UPCT

Curso 2016/2017
Grado en Ingeniería Eléctrica
Matemáticas II - Problemas
Teorema de los Residuos

1. Utilice el teorema de los residuos para calcular las integrales siguientes:

a) $\displaystyle\int_\gamma \frac{e^{-z}}{z^2}\,dz,\ \gamma(t)=3\,e^{it},\ t\in[0,2\pi]$

b) $\displaystyle\int_\gamma z^2 e^{1/z}\,dz,\ \gamma(t)=3\,e^{it},\ t\in[0,2\pi]$

c) $\displaystyle\int_\gamma \tfrac{z+1}{z^2-2z}\,dz,\ \gamma(t)=3\,e^{it},\ t\in[0,2\pi]$

d) $\displaystyle\int_\gamma \tfrac{z}{(z-1)(z-2)}\,dz,\ \gamma(t)=2+\frac{e^{it}}{2},\ t\in[0,2\pi]$

e) $\displaystyle\int_\gamma \tfrac{z-2}{32z^3-4z^2-z}\,dz,\ \gamma(t)=i+r\,e^{it},\ t\in[0,2\pi]$

f) $\displaystyle\int_\gamma \tfrac{1}{1-z^4}\,dz,\ \gamma(t)=\frac{3}{2}\,e^{it},\ t\in[0,2\pi]$

g) $\int_\gamma \frac{1}{\cos z}\,dz,\ \gamma(t)=5\,e^{it},\ t\in[0,2\pi]$

h) $\int_\gamma \left(\frac{e^z}{(z-1)^3}+z^2\operatorname{sen}\frac{1}{z^2}\right)dz,\ \gamma(t)=2\,e^{it}, t\in[0,2\pi]$

2. Calcule, mediante el teorema de los residuos, las integrales reales siguientes:

a) $\displaystyle\int_0^{2\pi}\frac{dt}{(a+\cos t)^2},\quad (a>1)$

b) $\displaystyle\int_0^{2\pi}\cot(t+a)\,dt,\quad (a\in\mathbb{C}: Im\,(a)\neq 0)$

c) $\displaystyle\int_0^{2\pi}\frac{dt}{1-2a\cos t+a^2},\quad (a\in\mathbb{C}: a\neq\pm1)$

d) $\displaystyle\int_0^{2\pi}\frac{1}{2+\cos t^2}dt$

e) $\displaystyle\int_0^{2\pi}\frac{\cos(3t)}{5-4\cos t}dt$

f) $\displaystyle\int_0^{2\pi}\frac{1}{(5-3\operatorname{sen}t)^2}dt$

3. Calcule el valor de la integral $\displaystyle\int_\gamma \frac{e^{1/z}}{iz+2}\,dz$ siendo γ la curva cuyo rango se representa en la figura 2.

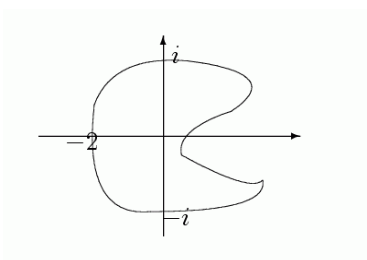

Figura 2

4. Se considera la curva γ igual a la circunferencia de centro 0 y radio 2 y se define la función de variable real:

$$g(t) = \frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma} \frac{e^{zt}}{z^2(z^2+1)}dz \qquad t \in (0, +\infty)$$

   a) Calcule la expresión de $g(t)$.

   b) Compruebe que $\lim_{t\to 0} g(t) = 0$.

5. Se considera la curva γ igual a la circunferencia de centro 0 y radio 2. Aplicando el teorema de los residuos, calcule la expresión de las siguientes funciones de variable real

a) $g(t) = \dfrac{1}{2\pi i}\displaystyle\int_{\gamma} \frac{e^{(zt)}}{z-2}dz \qquad t \in (0, +\infty)$ b) $g(t) = \dfrac{1}{2\pi i}\displaystyle\int_{\gamma} \frac{e^{(zt)}}{(z+1)^2}dz \qquad t \in (0, +\infty)$

(*) Ejercicios con dificultad especial.