



Matemáticas II (Variable Compleja & Transformadas)  
Departamento de Matemática Aplicada y Estadística

E.T.S. Ingeniería Industrial ▷ UPCT

Grado en Ingeniería Electrónica Industrial y Automática  Mañana  Tarde

Grado en Ingeniería Eléctrica

Examen (convocatoria de septiembre) 03/09/2013

Apellidos y Nombre:

D.N.I.:

Observaciones:

- No está permitido el uso de calculadora programable.
- Los cálculos deben ser exactos y los ángulos deben explicitarse en **radianes**.
- Justifique los razonamientos que emplea.
- Entregue la hoja del enunciado.
- Entregue los ejercicios en el mismo orden que aparecen enunciados.

1. (1.5 ptos.) Encuentre en  $\mathbb{C}$  las singularidades de la siguiente función e indique su tipo:

$$f(z) = \frac{1}{\operatorname{sen} z + \cos z - \sqrt{6}}$$

2. (1.75 ptos.) Encuentre, demostrando su existencia, una función  $u(x, y)$ , de manera que la función  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  sea entera y se cumpla  $f(0) = 1$ , siendo  $v(x, y)$  definida por

$$v(x, y) = 2x^2 - 2y^2 - 6x^2y + 2y^3$$

Expresa  $f$  como función de  $z$ .

3. (1.75 ptos.) Calcule el desarrollo de Laurent de la función

$$f(z) = \frac{1}{z(z-1)(z-3)(z-4)}$$

en el anillo  $A(0, 3, 4) = \{z \in \mathbb{C} : 3 < |z| < 4\}$ .

Indique la parte regular y esencial de dicho desarrollo.

4. Calcule las siguientes integrales utilizando la teoría de variable compleja.

a) 1.5 ptos.

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos t}{13 - 5 \cos t} dt$$

b) 1.75 ptos.

$$\int_{\gamma} \frac{\cos z}{z^2(1+e^z)} dz, \quad \text{donde } \gamma(t) = 4\pi e^{it}; \quad t \in [0, 2\pi]$$

5. (1.75 ptos.) Resuelva mediante la transformada de Laplace el siguiente problema del valor inicial:

$$\begin{cases} y''(t) - y'(t) - 2y(t) = e^{2t} & t \geq 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

Compruebe que la solución obtenida cumple las condiciones iniciales, así como la ecuación diferencial.