Curso 2019/2020
Grado en Ingeniería Química Industrial
Matemáticas I - Problemas tema 1
Conceptos básicos. Teoría de conjuntos y estructuras algebráicas

1. Escribe en lenguaje matemático las siguientes afirmaciones:

   a) Sea f una aplicación entre dos conjuntos X e Y. Diremos que f es inyectiva si y sólo si para todo par de elementos del conjunto inicial tales que su imagen es la misma, entonces los elementos son iguales.

   b) Sea f una aplicación entre dos conjuntos X e Y. Diremos que f es sobreyectiva si y sólo si para cada elemento y del conjunto de llegada existe un elemento x del conjunto de partida cuya imagen por f es igual a y.

   c) Dado un número complejo z no nulo, se define el logaritmo de z como el conjunto de números complejos cuya parte real es igual a logaritmo neperiano del módulo de z y cuya parte imaginaria es un argumento de z.

2. Halla $X \cup Y$, $X \cap Y$, $X - Y$ e $Y - X$, en cada uno de los siguientes casos

   a) $X = \{1,3,6,7\}\,, \quad Y = \{1,5,6\}$ b) $X = \left\{0, a, *, \sqrt{2}\right\}\,, \quad Y = \{*, a, 0\}$
   c) $X = \{1,2,3,7\}\,, \quad Y = \{0,5,6\}$ d) $X = \{n \in \mathbb{N} | \quad n \text{ es par}\}\,,\ Y = \{n \in \mathbb{Z} | \quad 0 < n < 10\}$

3. Determina si las siguientes asignaciones son o no aplicaciones:

   a) A cada número real le asignamos su cuadrado.
   b) A cada número real le asignamos su raíz cuadrada.
   c) A cada número real le asignamos su cubo.
   d) A cada número real le asignamos su raíz cúbica.
   e) A cada español mayor de edad le asignamos su NIF.
   f) A cada persona le asignamos su tío.

4. Sea $f : \{1,3,6,7\} \to \{2,5,4\}$, la aplicación definida por

$$f(1) = 5, \quad f(3) = 5, \quad f(6) = 4, \quad f(7) = 5$$

   Halla

$$\mathrm{Im}(f)\,, \quad f(\{1,3,7\})\,, \quad f(\{6,7\})\,, \quad f^{-1}(\{2,5\})\,, \quad f^{-1}(\{4,5\})\,, \quad f^{-1}(5)\,, \quad f^{-1}(4)\,, \quad f^{-1}(2)\,.$$

5. En cada uno de los siguientes casos, indica si la aplicación dada es inyectiva, suprayectiva y/o biyectiva

a) $f : \{1, 3, 6\} \to \{2, 3, 5\}$ definida por $f(1) = 3, \quad f(3) = 5, \quad f(6) = 2$
b) $f : \{1, 3, 6\} \to \{2, 3, 5\}$ definida por $f(1) = 5, \quad f(3) = 5, \quad f(6) = 2$
c) $f : \{1, 3, 6\} \to \{0, 2, 3, 5\}$ definida por $f(1) = 3, \quad f(3) = 5, \quad f(6) = 3$
d) $f : \{1, 3, 6\} \to \{0, 2, 3, 5\}$ definida por $f(1) = 3, \quad f(3) = 5, \quad f(6) = 0$
e) $f : \{1, 3, 6\} \to \{2, 5\}$ definida por $f(1) = 2, \quad f(3) = 5, \quad f(6) = 2$
f) $f : \{1, 3, 6, 7\} \to \{2, 4, 5\}$ definida por $f(1) = 5, \quad f(3) = 5, \quad f(6) = 4, \quad f(7) = 5$
g) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 3x - 5$
h) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2$
i) $f : \mathbb{R} - \{0\} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 1/x$
j) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \operatorname{sen} x$
k) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} e^x & \text{Si } x > 0 \\ e^{-x} & \text{Si } x < 0 \\ 0 & \text{Si } x = 0 \end{cases}$

6. En cada uno de los siguientes apartados, obtener las composiciones pedidas:

a) $g \circ f$ y $f \circ g$ Siendo f y g definidas por $f(x) = 2x, \quad g(x) = x^2, \forall x \in \mathbb{R}$

b) $h \circ g \circ f$ Siendo f, g y h definidas por $\forall x \in \mathbb{R}; \begin{cases} f(x) = x - 1 \\ g(x) = x^2 \\ h(x) = x + 2 \end{cases}$

c) $f^4 = f \circ f \circ f \circ f$ Siendo f definida por $f(x) = 2x - 1, \quad \forall x \in \mathbb{R}$

7. Determina las inversas de las siguientes funciones:

a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ Siendo f definida por $f(x) = 6x - 5, \quad \forall x \in \mathbb{R}$
b) $f : \mathbb{R} - \{-2\} \to \mathbb{R} - 3$ Siendo f definida por $f(x) = \frac{9x-4}{3x+6}, \forall x \in \mathbb{R} - \{-2\}$

©Silvestre Paredes Hernández®