1. Sea $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ una aplicación lineal tal que su matriz respecto de la base canónica C de $\mathbb{R}^3$ es:

$$\mathrm{M}_C(f) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & x \end{pmatrix}.$$

donde $x \in \mathbb{R}$ tal que f no es suprayectiva.

i) Demuestra que $x = 3$.

ii) Calcula la matriz de f respecto de la base $B = \{(-1,-1,-1),(-2,-1,1),(3,1,-2)\}$ y su expresión analítica.

iii) Estudia la inyectividad y suprayectividad de f. Calcula bases del núcleo y de la imagen de f.

iv) Si $v = (1,0,1)_B$, calcula las coordenadas de $f(v)$ respecto de la base B y respecto de la base canónica de $\mathbb{R}^3$.

2. Sea $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ una aplicación lineal, y consideremos la base de $\mathbb{R}^3$ $B = \{-2,-1,-1),(1,1,1),(-3,2,3)\}$. Supongamos que:

$$\mathrm{M}_B(f) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & x \end{pmatrix}.$$

donde $x \in \mathbb{R}$ tal que $f(e_1 + e_2) = f(e_3)$.

i) Demuestra que $x = 1$.

ii) Calcula la matriz de f respecto de la base canónica de $\mathbb{R}^3$ y su expresión analítica.

iii) Estudia la inyectividad y suprayectividad de f. Calcula bases del núcleo y de la imagen de f.

iv) Si $v = (1,-1,-1)$, calcula las coordenadas de $f(v)$ respecto de la base B y respecto de la base canónica de $\mathbb{R}^3$.